

XXI Olimpiada Provincial de Matemáticas Ezequiel Santamaría

Burgos, 19 de abril de 2013

2º Ciclo de E.S.O.

1.- CUMPLEAÑOS SIN VELAS

El emir Algoritmik ha conservado las velas de sus tartas de cumpleaños desde su primer año hasta hoy salvo un año que estuvo muy enfermo para poder celebrarlo. En la actualidad posee 1999 velas. ¿A qué edad no pudo festejar su cumpleaños?

Como esta es una prueba de ingenio matemático, debes resolver este problema sin ponerte a sumar una larguísima lista de números.

2.- DECISIÓN DE SUELDO

Un alumno de la Universidad termina la carrera y comienza a buscar trabajo. Realiza las pruebas de selección en una empresa, y al cabo de unos días lo llaman para una entrevista en la que le dicen que están interesados en contratarlo. Al hablar de las condiciones económicas, en principio le ofrecen dos alternativas para que elija:

- La primera de ellas consiste en un sueldo de 20000 euros el primer año y subidas de 400 euros cada año.
- La segunda consiste en 10000 euros el primer semestre y subidas de 100 euros cada semestre.

El alumno se queda un rato pensando, y elige la segunda alternativa.

- a) ¿Crees que su decisión es acertada?
- b) ¿Cuánto ganaría en total al cabo de 10 años con esta segunda alternativa?
¿Y al cabo de 35?
- c) Si le ofrecieran una tercera alternativa en la cual el sueldo fuera de 1600 euros al mes durante el primer año, una subida de 100 euros el segundo año, de 200 el tercer año, de 300 el cuarto y así sucesivamente ¿Cuántos años tendría que estar trabajando para ganar mas dinero con esta tercera alternativa en lugar de con la segunda?

3.- POLÍGONOS ENCAJADOS

Tenemos P_0 un triángulo equilátero de área 1.

Cada lado del polígono P_0 se divide en tres partes iguales y se unen los cortes consecutivos formándose un nuevo polígono (de hecho, un hexágono) P_1 .

- ¿Cuál es el área de P_1 ?

Ahora se repite el proceso para P_1 (es decir dividir el lado en tres partes iguales y cortar las esquinas) y obtenemos un nuevo polígono P_2 .

- ¿Cuál es el área de P_2 ?

Repetimos este proceso infinitamente para crear un objeto P_∞ .

- ¿Cuál es el área de P_∞ ?

4.- DOBLANDO EL PAPEL

Una hoja rectangular de papel, algo más alargada que una de las habituales DIN A4, blanca por un lado y gris por el otro, fue doblada tres veces como indica la figura.

El perímetro del rectángulo 1, que quedó blanco después del primer doblar, mide 20 cm más que el perímetro del rectángulo 2 que quedó blanco después del segundo doblar, y éste, a su vez, es 16 cm mayor que el perímetro del rectángulo 3 que quedó blanco después del tercer doblar.

Determina el área de la hoja.

