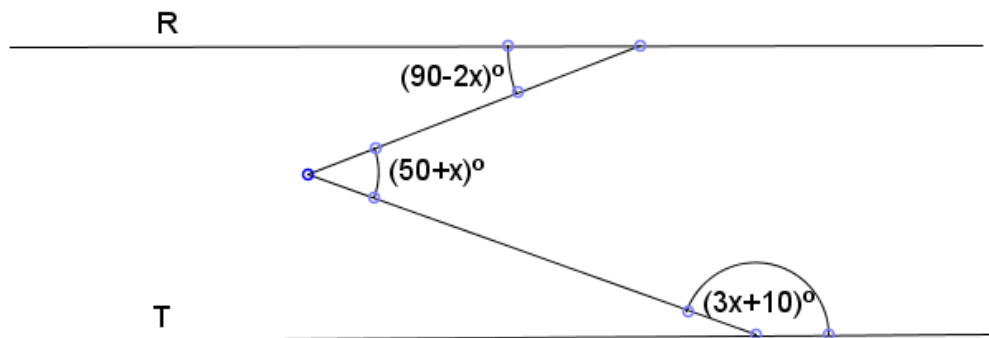


Problemas de la 8ª semana

2º ESO

1º-) Las rectas R y T son paralelas, calcular x en grados



Solución: Prolongando una de las dos rectas interiores hasta que corte a R o T se forma un triángulo, donde se verifica: $180^\circ - (3x + 10)^\circ + 180^\circ - (50 + x)^\circ + 90^\circ - 2x = 180^\circ \rightarrow 6x^\circ = 210^\circ \rightarrow x = 35^\circ$

2º-) Efectuar la operación $\frac{8}{3} - 2 + \frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{7}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{2} - 4} - \frac{3}{2} - \frac{4}{7} - 1$

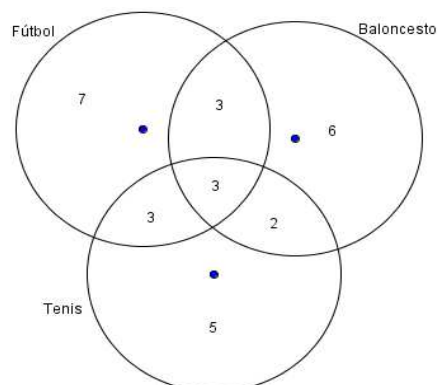
Solución: $\frac{7}{-3} - \frac{36}{-1} = \frac{-14}{9} + \frac{72}{5} = \frac{578}{45}$

3º-) En una clase de 30 alumnos y alumnas se ha realizado una encuesta obteniéndose los resultados:

- 16 practican fútbol, 14 baloncesto y 13 tenis.
- 6 practican fútbol y baloncesto, 6 fútbol y tenis y 5 baloncesto y tenis.
- 3 practican los tres deportes.

¿Cuántos no practican ninguno de los tres deportes?

Solución: 1 alumno o alumna no practica ningún deporte.



4º ESO

1º-) Encuentra la suma de los dígitos del número $4^{2004} \cdot 5^{4002}$

Solución:

$$4^{2004} \cdot 5^{4002} = 2^{4008} \cdot 5^{4002} = 2^6 \cdot 2^{4002} \cdot 5^{4002} = 2^6 \cdot 10^{4002} = \underbrace{64000\dots\dots 0}_{4002 \text{ ceros}}$$

La suma de las cifras es : 10

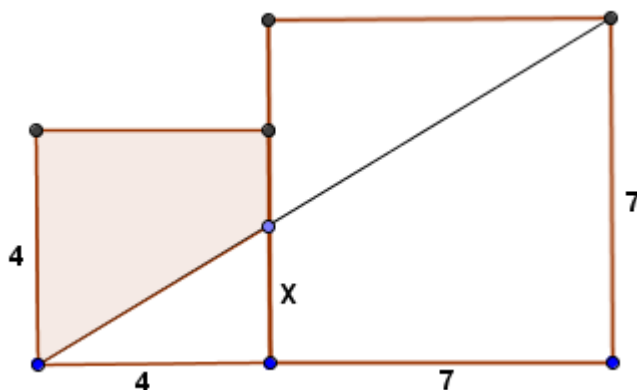
2º-) Calcular $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100^2}\right)$

Solución:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100}\right)\left(1 + \frac{1}{100}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \dots \frac{99}{100} \cdot \frac{101}{100} = \text{simplificando} = \frac{1}{2} \cdot \frac{101}{100} = \frac{101}{200}$$

3º-) En la figura, los cuadrados tienen de lados 7 cm y 4 cm. Calcular el área de la región sombreada



Solución: $\frac{7}{x} = \frac{11}{4} \Rightarrow x = \frac{28}{11} \Rightarrow \text{Área} = 16 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{28}{11} = \frac{120}{11}$

Bachillerato

1º-) Resolver en el conjunto Z la ecuación $8x - 3y = 18$

Solución: Despejamos la incógnita que tiene menor coeficiente:

$$y = \frac{8x - 18}{3} = 2x - 6 + \frac{2x}{3} \rightarrow \text{hacemos el cambio } \frac{2x}{3} = 2t \rightarrow t \in Z \rightarrow x = 3t$$

$$\text{Las soluciones son } \left\{ \begin{array}{l} x = 3t \\ y = 2(3t) - 6 + 2t = 8t - 6 \end{array} \right\}$$

Dando valores a $t \in Z$ obtenemos las infinitas soluciones de x e y

2º-) Resolver la inecuación $\log_x \frac{15}{1-2x} < -2$

Solución: Primero $\frac{15}{1-2x} > 0 \rightarrow 1-2x > 0 \rightarrow x < \frac{1}{2}$

$$0 < x < \frac{1}{2} \rightarrow \log_x \frac{15}{1-2x} + 2 < 0 \rightarrow \log_x \frac{15}{1-2x} + \log_x x^2 < 0 \rightarrow \log_x \frac{15 \cdot x^2}{1-2x} < 0$$

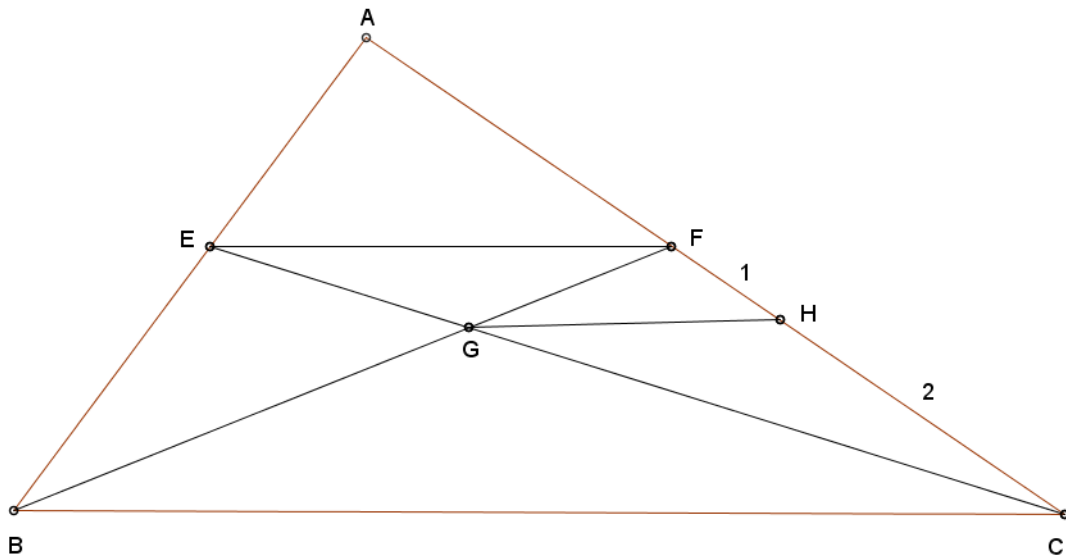
Luego

$$\frac{15x^2}{1-2x} > 1 \rightarrow \frac{15x^2}{1-2x} - 1 > 0 \rightarrow \frac{15x^2 + 2x - 1}{1-2x} > 0 \rightarrow \frac{15\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)}{1-2x} > 0 (**)$$

-----	(-1/3)	+	+	+	(x + 1/3)
-----	--	(1/5)	+	+	(x - 1/5)
+	+	+	+(1/2)	-	(1 - 2x)
+	-	+	-	-	Signo de (**)

La solución es $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$

3º-) En el triángulo ABC la recta EF es paralela a BC. Sea G el punto donde se cortan CE y BF. Por G trazamos el segmento GH paralelo a BC. Si CH = 2 y HF = 1, calcular la longitud de AC.



Solución: Los triángulos FGH y FBC son semejantes $\frac{FG}{FB} = \frac{FH}{FC} = \frac{1}{3}$

Por otro lado $\frac{FG}{GB} = \frac{1}{2}$

Los triángulos GFE y GBC son semejantes $\frac{EF}{BC} = \frac{GF}{GB} = \frac{1}{2}$

Los triángulos AEF y ABC son semejantes $\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$

Luego $AF = FC = 3 \Rightarrow AC = AF + FC = 6$