# XIII OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMÁTICAS

## LEÓN – JUNIO 2005

### COMITÉ ORGANIZADOR

José Manuel Arranz
Antonio Bermejo
Andrés Cornejo
Esperanza Durany
Ángeles Fernández
Juan A. Fernández
Rogelio Frade
Amparo García
Pedro Hermosa
María Iglesias
Antonio Leira
Mª Cruz Lobo
Miguel A. Martínez
Mª Carmen Melón
Francisco J. Merayo
Julia Pérez
Montserrat Prieto
Mª Concepción Ruíz
Clemente Sánchez
Leoncio Santos
Manuel Sirgo

# XIII OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMÁTICAS

## ORGANIZA

## SOCIEDAD CASTELLANA Y LEONESA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA "MIGUEL DE GUZMÁN"

## COLABORAN

Junta de Castilla y León. Consejería de Educación y Cultura
Diputación de León
Ayuntamiento de León
Universidad de León
Ayuntamiento de Vegacervera
Cámara de Comercio e Industria
Caja España. Obra Social
Instituto Leonés de Cultura
Grupo de Empresas Martínez Núñez
Federaciones de AMPAS de León y del Bierzo
Editorial Everest
Editorial Anaya
Editorial Santillana

## COMPONEN

Javier Carpintero Blanco (Portada)
Francisco J. Merayo González

Universidad de León
Secretariado de Publicaciones y Medios Audiovisuales

# PÁG. 6 Rellenar por el Servicio de Imprenta

**Ficha Bibliográfica**

**ISBN**

**Depósito Legal**

**Copyright e Impresión.**

# PRESENTACIÓN

La sociedad actual se está moviendo a un ritmo trepidante en los campos tecnológico y científico. Ante este fenómeno, nuestros alumnos han de adquirir una formación básica que les permita responder con eficacia a los retos que el mundo les plantee en un futuro inmediato. En esta formación juegan un papel muy importante las Matemáticas y la resolución de problemas, como lo ponen de manifiesto numerosos estudios realizados al respecto, en el campo educativo.

En este sentido, la Sociedad Castellana y Leonesa de Educación Matemática "Miguel de Guzmán" convoca cada año la Olimpiada Matemática para alumnos de Educación Secundaria Obligatoria, con el fin de fomentar la resolución de problemas como forma de mejorar el aprendizaje de las Matemáticas y de favorecer la convivencia, la cooperación y el trabajo en equipo entre escolares y profesores de matemáticas de nuestra Comunidad Autónoma.

Un año más, y ya vamos por el duodécimo, la celebración de esta Olimpiada Matemática permite que nos acerquemos a todos los rincones de Castilla y León a través de este sencillo y a la vez valioso documento de síntesis, que esperamos os sirva como documento de trabajo. Como en ediciones anteriores se presentan aquí los problemas planteados en las distintas fases provinciales y en la fase regional, celebrada en León, los días 3, 4 y 5 de junio de 2005.

Enviamos, desde aquí, nuestra felicitación a los alumnos participantes, por el alto nivel alcanzado en todas las pruebas, y a los profesores que les han acompañado y animado en todo momento; sin ellos la Olimpiada no tendría ningún sentido.
También agradecemos la colaboración de todas las instituciones, tanto públicas como privadas, que han patrocinado las distintas actividades llevadas a cabo.
Muchas gracias y hasta el próximo año.

**El comité organizador**

**Agradecemos a la Universidad de León su colaboración en la publicación de esta revista.**

# ÍNDICE:

PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE BURGOS ..... 10
PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE LEÓN ..... 13
PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE SALAMANCA ..... 15
PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE SEGOVIA ..... 17
PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE SORIA ..... 19
PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE VALLADOLID ..... 21
PROBLEMAS FASE PROVINCIAL DE ZAMORA ..... 23
PROBLEMAS FASE REGIONAL ..... 25
PRUEBA POR EQUIPOS FASE REGIONAL ..... 30
PRUEBA POR PAREJAS FASE REGIONAL ..... 33
PARTICIPANTES EN LA FASE REGIONAL ..... 35

# FASE PROVINCIAL DE BURGOS
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

**a)** Seguramente que alguna vez has hecho este ejercicio: distribuye los números 1,2,3,4,5,6,7,8,9 en las nueve casillas de la cuadrícula de tal forma que al sumar las columnas o las filas o las diagonales siempre resulte el mismo valor, llamado número mágico del cuadrado. Hazlo de nuevo, como precalentamiento, en una tabla como la de la figura.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |

**b)** Para celebrar tu éxito repite el ejercicio con los números:

17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49

**c)** Cuando se consigue llegar a la respuesta se dice que se ha obtenido un cuadrado mágico. Presta atención al número mágico y al número central en cada caso. ¿Cuál es el número mágico y su número central en los dos casos anteriores?

**d)** ¿Qué tienen de común todos estos números escritos a continuación:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73

**e)** Halla un cuadrado mágico del tamaño de los anteriores con 111 como número mágico eligiendo los nueve valores entre estos 22.

## PROBLEMA 2

A cada vértice de un triángulo se le asigna un número secreto. Podemos conocer el valor de tales números si en cada lado del triángulo se escribe la suma de los números de sus extremos. Busca una regla sencilla para descubrir los números secretos. Si lo consigues dispondrás de un procedimiento ingenioso para resolver el siguiente problema: pesando de dos en dos y de todas las formas posibles, cuatro objetos, se han obtenido los siguientes resultados: 20, 32, 40, 46, 54, 66 kg. ¿Cuánto pesa cada uno de esos objetos? (Cada uno de ellos puede ser tomado como una esquina de un cuadrilátero).

## PROBLEMA 3

**a)** 18 personas amigas se reúnen en un restaurante para cenar. El menú cuesta 24 € por individuo. Pero cuatro de estas personas se han quedado antes sin dinero. ¿Cuántos euros más deben pagar el resto de comensales?

**b)** En otra ocasión estas 18 personas se reúnen para lo mismo y son también cuatro las personas que no llevan dinero. En consecuencia el resto debe abonar 6€ más de lo que cuesta el menú. ¿Cuál es el precio de éste?

**c)** En otra cena mensual de un grupo de amigos todos saben que el menú cuesta 24€ pero deberán pagar 6 € más porque a los cuatro más veteranos del mismo les va a invitar el resto. ¿Cuántas personas forman este grupo?

**d)** 18 personas cenan en el restaurante por 25€ cada una. En el momento de pagar abonan 5€ más porque algunos olvidaron la cartera. ¿Cuántos son estos desmemoriados?

## PROBLEMA 4

En un control de matemáticas el profesor propuso el siguiente problema: construir un triángulo MNP tal que MN = 7 cm., PN = 5 cm. y el ángulo PMN = 40º. Al devolver el profesor el ejercicio corregido, Simón y Leticia se quedaron un poco sorprendidos de que habiendo dibujado triángulos distintos los dos tuvieran buena calificación en el ejercicio. ¿qué explicación debemos dar a estos sorprendidos muchachos?

# FASE PROVINCIAL DE BURGOS
# 2º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

**a)** Dado un segmento AB en el plano, ¿cómo se debe elegir el punto M para que la suma MA + MB sea mínima?

**b)** Si partimos de que ABCD es un cuadrilátero, ¿cómo elegir el punto M, interior al mismo, de modo que la suma MA + MB + MC +MD sea mínima?

**c)** El cuadrilátero ABCD es un paralelogramo. M es un punto que recorre distintas posiciones en el interior de ABCD. ¿Qué se puede decir, como resultado interesante, de la suma siguiente: área de MAB + área de MCD?

## PROBLEMA 2

Disponemos de un terreno rectangular ABCD de 120 m. de ancho y 252 m de largo como lugar idóneo para hacer una plantación de árboles de la siguiente manera: las plantas deben ocupar los lados del rectángulo y líneas paralelas a los mismos. Dichas líneas son equidistantes entre sí y la distancia entre ellas es la misma en las dos direcciones posibles. Queremos plantar más de 900 árboles y menos de 1000. ¿A qué distancia hay que colocar un árbol de otro contiguo de su misma línea? ¿Cuántos árboles debemos encargar en el "Vivero del SR. PONCE" para concluir felizmente la tarea?

## PROBLEMA 3

**a)** De acuerdo con el sistema de numeración posicional todo número se puede expresar como suma de potencias de la base en la que está escrito. Hazlo, para refrescar la memoria, con 70.759 en base 10 y con 10110111 escrito en base 2. ¿Qué expresión tiene este último en base 10?

**b)** Partiendo del conjunto C de números fácilmente identificables:

{ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512},

definimos la siguiente correspondencia: a cada parte o subconjunto del mismo le asignamos la suma de sus elementos tal como se hace en los siguientes ejemplos:

$$\{4,8,256\} \rightarrow 4+8+256 = 268$$

$$\{1,2,8,256,512\} \rightarrow 1+2+8+256+512 = 779$$

$$\{8,16,128,4,1,512\} \rightarrow 8+16+128+ \\ +4+1+512 = 669$$

$$\{1,2\} \rightarrow 1+2 = 3$$

¿Qué valor corresponde al conjunto total C? ¿Y a cada parte o subconjunto unitario (con un solo elemento) de C?

¿Qué parte del conjunto C tiene como números correspondientes 23, 50, 200, 732, 1001?

¿Es cierta o falsa la afirmación, "cualquier número natural de 1 a 1023 se corresponde con algún subconjunto o parte de C"?

**c)** ¿Cuántos subconjuntos podemos formar en C?

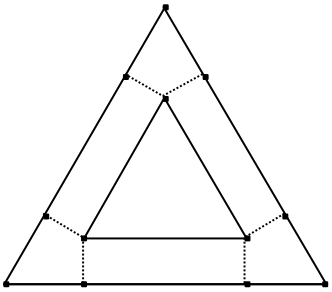
**d)** ¿A qué parte de C corresponde el número 101010111 escrito en base 2?

**e)** ¿Qué escritura en base 2 tiene el número correspondiente al subconjunto de C dado por, {2,16,64,512}?

**f)** ¿Cómo se han de distribuir 127 monedas de euro en 7 monederos de tal forma que cualquier pago que quiera hacerse entre 1 y 127 € pueda ser posible entregando monederos sin abrir?

## PROBLEMA 4

En una cartulina con forma de triángulo equilátero de 60 cm. de lado se cortan las esquinas para construir un recipiente prismático, sin tapa, tal como se indica en las figura adjunta. Parece claro que para cada valor de "x" resulta un prisma distinto al menos en la forma ¿Tienen todos el mismo volumen? ¿Existe alguno cuyo volumen sea máximo? En caso afirmativo, ¿cuál es el valor de "x" y su volumen correspondiente?



# FASE PROVINCIAL DE LEÓN
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

EL RELOJ DEL AYUNTAMIENTO DE VILLABLINO

**a)** El reloj del Ayuntamiento de Villablino tarda en dar las seis campanadas de las seis de la tarde, 30 segundos. ¿Cuánto tiempo tardará en dar las doce campanadas de las doce de la noche?

**b)** ¿Cuántas veces a lo largo de un día las agujas de ese mismo reloj forman un ángulo recto?

## PROBLEMA 2

LAS BALDOSAS DE LA HABITACIÓN

Tenemos una habitación rectangular más larga que ancha y cuyas medidas son exactas en metros. Embaldosamos la habitación con baldosas cuadradas de 1 m de lado. Pero estas baldosas son de dos colores: rojo y azul. Las de color rojo se ponen bordeando toda la habitación y las de color azul rellenan el resto de la habitación. Si hemos necesitado el mismo número de baldosas de cada color para pavimentar la habitación por completo, ¿cuáles son las dimensiones de dicha habitación en metros?

## PROBLEMA 3

ROLLO DE CUERDA

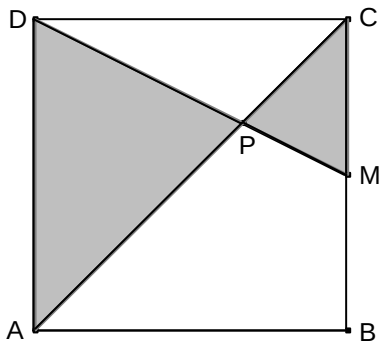
Queremos saber la longitud de un rollo de cuerda, sin tener que desenrollarlo. El ferretero nos dice que tiene menos de 100 metros y que si medimos de 2 en 2 metros nos sobra 1 metro, si medimos de 3 en 3 nos sobran 2 metros, si de 4 en 4 metros nos sobran 3 metros, si de 5 en 5 metros nos sobran 4 metros y si lo hacemos de 6 en 6 metros nos sobran 5 metros. ¿Qué longitud tiene el rollo de cuerda?

# FASE PROVINCIAL DE LEÓN
# 2º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

CUADRADO.

En un cuadrado ABCD de lado unidad se traza AC y se une el vértice D con el punto medio M del lado BC. Calcular la razón entre las superficies del cuadrilátero ABMP y el triángulo CDP.




## PROBLEMA 2

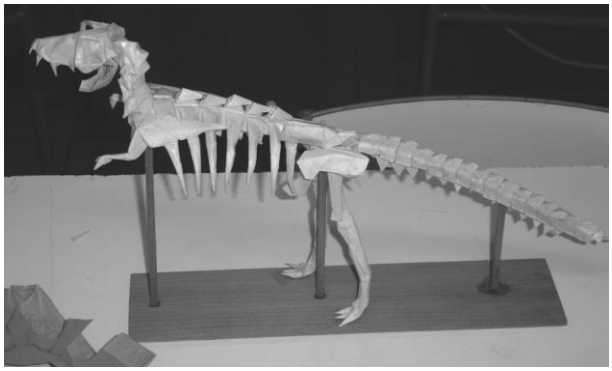
LAS BALDOSAS DE LA HABITACIÓN

Tenemos una habitación rectangular más larga que ancha y cuyas medidas son exactas en metros. Embaldosamos la habitación con baldosas cuadradas de 1 m de lado. Pero estas baldosas son de dos colores: rojo y azul. Las de color rojo se ponen bordeando toda la habitación y las de color azul rellenan el resto de la habitación. Si hemos necesitado el mismo número de baldosas de cada color para pavimentar la habitación por completo, ¿cuáles son las dimensiones de dicha habitación en metros?

## PROBLEMA 3

EL CAMPEONATO DE BOLOS

Veinticinco personas toman parte en un campeonato de bolos en Villablino. El primer concursante consiguió ***x*** puntos, el segundo ***y*** puntos, el tercero la media aritmética de los puntos conseguidos por los dos primeros, y cada uno de los restantes sacó tantos puntos como la media aritmética de todos los concursantes anteriores a él. ¿Cuántos puntos hizo el último de los 25 concursantes?



# FASE PROVINCIAL DE SALAMANCA
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

!!! NO TE CORTES ¡¡¡

Tenemos un triángulo equilátero de 9 cm de lado. En cada vértice cortamos un cierto triángulo equilátero. Obtenemos así un hexágono regular. Calcular su superficie.

## PROBLEMA 2

DE PINCHOS

Se han repartido 30 croquetas en tres platos. Entre el primero y el segundo platos contienen 22 croquetas, mientras que entre el segundo y el tercero contienen 20 croquetas. ¿Cuántas croquetas hay en el segundo plato?

## PROBLEMA 3

PRIMOS CON PACIENCIA

Cuatro números primos tienen la siguiente estructura:

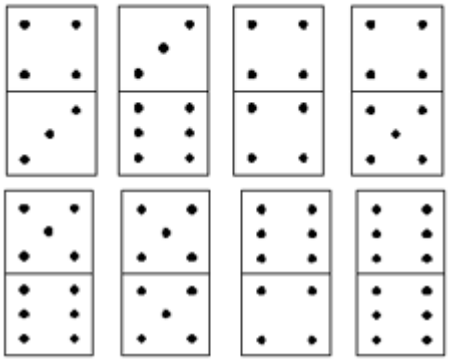
AA BAB BACD AAAC

Sabiendo que cada letra representa una cifra y que letras iguales corresponden a cifras iguales ¿cuáles son esos números?

## PROBLEMA 4

DOMINÓ MÁGICO

Con las siguientes piezas de un dominó, formar un cuadrado con 4 filas y 4 columnas colocándolas de forma que la suma de los puntos en cada línea horizontal, vertical o en cualquiera de las dos diagonales sea 19.



# FASE PROVINCIAL DE SALAMANCA
# 2º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

UN BANQUERO EN APUROS.

Un banquero ha dejado olvidado el código de la caja fuerte dentro de la caja. Pero recuerda que dicho código consta de nueve cifras distintas, todas excepto el cero.
Además, sabe que a partir de la izquierda:

- El número formado por la primera y la segunda cifra es múltiplo de 2.
- El número formado por la segunda y la tercera cifra es múltiplo de 3.
- El número formado por la tercera y la cuarta cifra es múltiplo de 4
- ... así sucesivamente, hasta
- El número formado por la octava y la novena cifra que es múltiplo de 9.

Con estos datos, hay dos posibilidades. ¿Podrías decirle al banquero cuáles son?

## PROBLEMA 2

NO IBAN EN PATERA PRECISAMENTE.

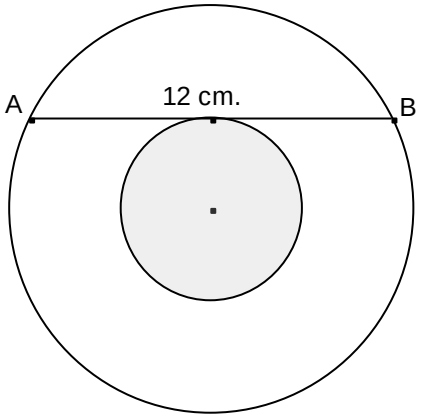
Para realizar un crucero de aventuras, 9 amigos contratan un barco tripulado por 14 marineros y abastecido para realizar un viaje de 45 días. Al cabo de 20 días de navega-ción, los efectos de un temporal hacen que tengan que recoger a 4 personas procedentes de otro barco a la deriva y además han de alargar el viaje 12 días.

¿Qué ración diaria deben tomar para llevar a buen término la expedición?

## PROBLEMA 3

UNA CORONA POCO REAL.

La figura representa una corona circular. Sabemos únicamente que el segmento AB, de longitud 12 cm, es una cuerda de la circunferencia grande que además es tangente a la circunferencia pequeña. ¿Serías capaz de calcular el área de la corona?




## PROBLEMA 4

UNA SUMA CURIOSA

Queremos calcular el valor de la siguiente suma de fracciones:

$$\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 8}+\frac{1}{8\cdot 10}+\frac{1}{10\cdot 12}+\cdots$$

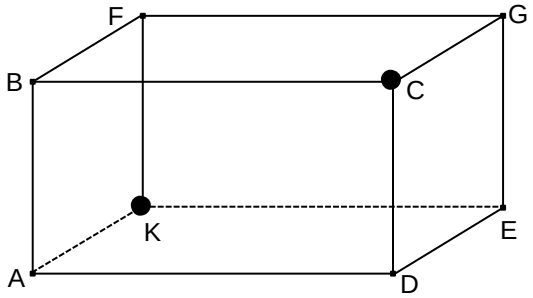
Al ser una suma de infinitas fracciones, hemos de seguir un procedimiento distinto del habitual, por ejemplo ir calculando el valor de la suma de una fracción, de dos fracciones, de tres fracciones, etc.

¿Podrías determinar la expresión general de la suma infinita?
Utilizando dicha expresión, ¿podrías calcular cuánto suman las 15 primeras fracciones de la serie dada?

# FASE PROVINCIAL DE SEGOVIA
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

En el ángulo C del techo de un local (ver la figura) se encuentra una araña y en el suelo en el ángulo opuesto K, duerme una mosca.

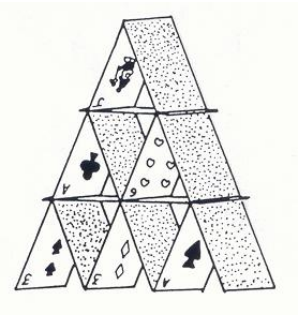



**a)** ¿Cuál es el trayecto que debe recorrer la araña para llegar donde la mosca, por la distancia más corta?

**b)** Si la habitación, que es de forma ortoédrica, tiene como dimensiones 6 metros de larga, 4 metros de ancha y tres metros de alta, se encuentra libre de obstáculos, averigua la distancia recorrida por la araña, medida en centímetros.

## PROBLEMA 2

Este es un castillo de cartas de tres pisos, en el que para construirle hemos necesitado 15 cartas.



**a)** Cuántas cartas se necesitarán para un castillo similar de 10 pisos de altura?
**b)** El record mundial está en 61 pisos. ¿Cuántas cartas necesitarías para batir ese récord y hacer un castillo de 62 pisos de altura?

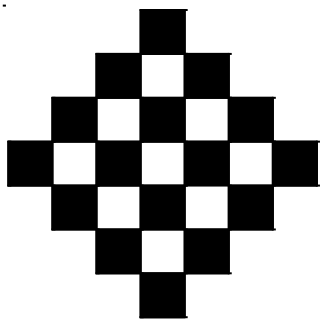
## PROBLEMA 3

En la tabla siguiente falta un número. ¿Podrías averiguar cuál es? Razona la respuesta.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 7 | 4 | 3 | 7 |
| 2 | 5 | 4 | 9 | 1 |
| 7 | 6 | 5 | 2 | 8 |
| 4 | 3 | 6 | 7 | 3 |
| 5 | 8 | 3 | 4 | ¿? |

## PROBLEMA 4

Este modelo de suelo está formado por azulejos grises y negros. Su anchura es de 7 azulejos.

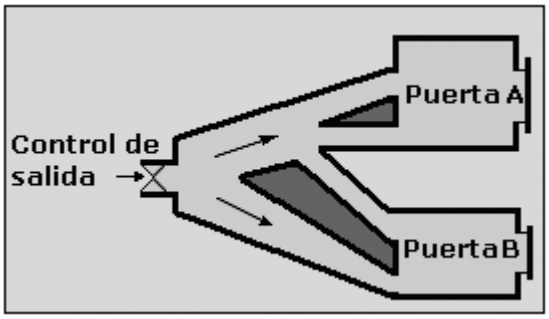


En un palacio hay un modelo como éste con una anchura de 99 azulejos.
¿Cuántos azulejos contendrá en total?

# FASE PROVINCIAL DE SEGOVIA
# 2º CICLO E.S.O.

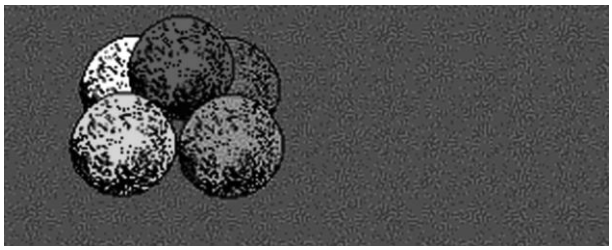
## PROBLEMA 1

El esquema representa uno de los controles de salida de unos grandes almacenes, el cual desemboca en dos puertas A y B. La gente accede a ellas al azar.
Si en un día han accedido a ese control 750 personas. ¿Cuántas habrán salido por cada una de las puertas?
¿Y si han entrado n personas en un día?




## PROBLEMA 2

En una mesa de billar se colocan cuatro bolas del mismo radio r, de manera que están en contacto una con otra. Una quinta bola del mismo tamaño se coloca sobre ellas en el centro. ¿Cuál es la distancia entre el punto superior de la quinta bola y el plano de la mesa?



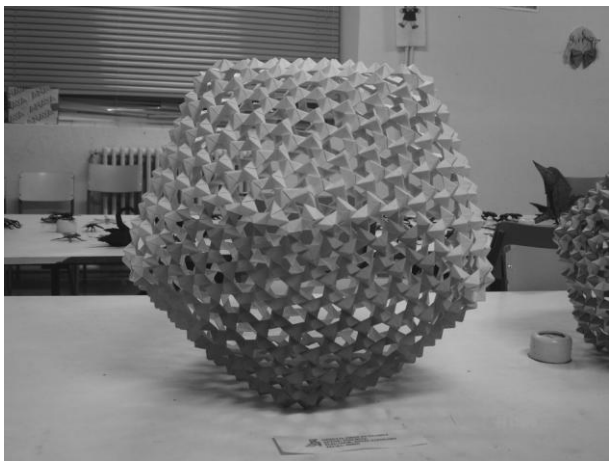
## PROBLEMA 3

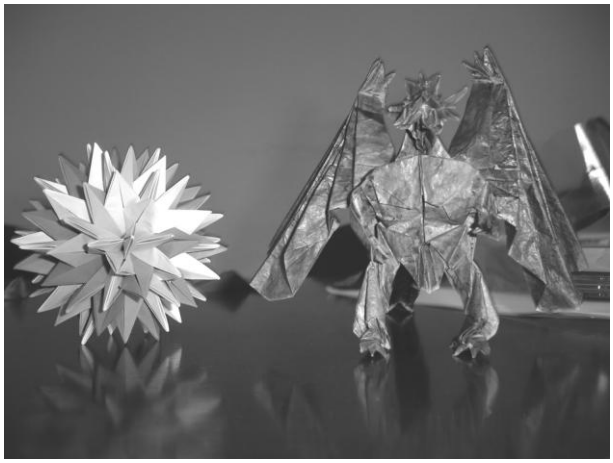
En una circunferencia de radio 1m se inscribe un cuadrado, en éste una circunferencia, en ésta un cuadrado… y así sucesivamente. ¿Cuánto suman las áreas de los 10 primeros cuadrados? ¿Y de los infinitos que habría?

## PROBLEMA 4

Calcula la siguiente suma:

$$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cdots}}}}}$$



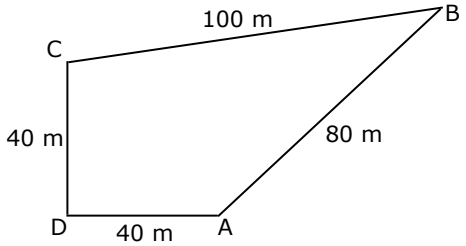


# FASE PROVINCIAL DE SORIA
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

LA FORTALEZA

La planta de una fortaleza tiene forma de cuadrilátero ABCD. Los lados AD y CD son iguales y mide cada uno 40 m, el lado AB m mide 80 m y el lado BC mide 100 m, además sabemos que el ángulo ADC es recto.




Un vigilante debe vigilar el castillo paseando por fuera, a su alrededor y manteniéndose en todo momento a 5 m del muro.
El vigilante parte de un punto y dando la vuelta regresa al mismo punto**.**
¿Qué distancia ha recorrido?

## PROBLEMA 2

EL NOMBRE DE LA NOVIA

Justo, que pertenece a una peña de amigos muy aficionados a los pasatiempos, ha decidido casarse. Cuando sus compañeros le preguntan como se llama la novia, responde:
**a)** Según la correspondencia entre los números y las letras que os doy, el "producto" de las letras de su nombre es igual al de las letras del mío. El producto de JUSTO es: 10x21x4x7x5
**b)** El nombre de mi novia no tiene ninguna letra en común con el mío.
**c)** No tiene la letra 3, y me alegro, porque ese número me da mala suerte.
**d)** Sus consonantes están en orden alfabético.
**e)** ¿Cuál es el nombre de la novia de Justo?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A=13 | F=9 | L=6 | P=18 | V=15 |
| B=1 | G=23 | LL=29 | Q=26 | W=24 |
| C=28 | H=2 | M=3 | R=12 | X=20 |
| CH=8 | I=16 | N=25 | S=4 | Y=17 |
| D=22 | J=10 | Ñ=11 | T=7 | Z=27 |
| E=14 | K=19 | O=5 | U=21 | |

## PROBLEMA 3

LAS CAVILACIONES DE DON QUIJOTE.

Es el mismo que el problema 3 de segundo ciclo.

## PROBLEMA 4

LOS SOCIOS DESCONFIADOS

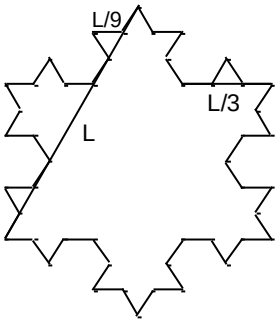
Cuatro socios comparten una caja fuerte con seis cerraduras, como no se fían mucho los unos de los otros se reparten las llaves de forma que para abrir la caja necesitan estar 3 socios a la vez cualesquiera.
¿Cuántas copias tiene que haber de cada llave?
¿Cómo se repartirán las llaves?

# FASE PROVINCIAL DE SORIA
# 2º CICLO E.S.O.

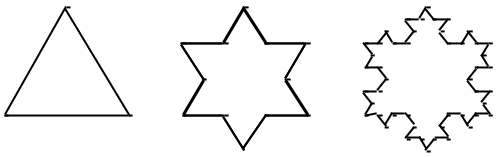
## PROBLEMA 1

COPOS DE NIEVE

Esto es un fractal y se le conoce como "copo de nieve" generarlo es fácil (lo difícil es dibujarlo)




1.- Se inicia con un triángulo equilátero original de lado L
2.- Cada lado se segmenta en tres partes iguales.
3.- Tomando como base el segmento medio de cada lado; se traza sobre el triángulo equilátero. En este caso, la nueva longitud de lado será 1/3 del lado original. Esta operación se repite para los otros dos lados del triángulo original.
4.- Se borran los segmentos de en medio y se tiene una nueva figura con puntas triangulares. (6 puntas)
5.- A cada una de la puntas triángulares generadas se les aplican los pasos 2, 3 y 4. El fractal se genera repitiendo estos pasos sucesiva e indefinidamente a las puntas generadas.



Si consideramos que formamos un fractal con 5 iteraciones, Se pide determinar el área de dicho fractal.

## PROBLEMA 2

EL DOMINÓ

Cuatro jugadores de dominó, A, B, C y D, han jugado dos veces cada uno; esto es, cada jugador ha puesto ya dos fichas, empezando por A.
Las dos fichas que puso A, suman 23 puntos; las dos de B, 20; las dos de C, 18; y las dos de D, 16.
Al tocarle nuevamente a A, coloca el **6-2**.
¿Cuáles fueron las ocho primeras fichas colocadas y en qué orden fueron?

## PROBLEMA 3

LAS CAVILACIONES DE DON QUIJOTE

*Prometióle don Quijote de hacer lo que le aconsejaba, con toda puntualidad; y, así, se dio luego orden como velase las armas en un corral grande que a un lado de la venta estaba, y recogiéndolas don Quijote todas, las puso sobre una pila que junto a un pozo estaba y, embrazando su adarga, asió de su lanza y con gentil continente se comenzó a pasear delante de la pila; y cuando comenzó el paseo comenzaba a cerrar la noche.*
*Y don Quijote que dio cien vueltas a la pila, en sus cavilaciones preguntose: "Un número harto largo es 1234.....979899100 y menester fuere que yo tuviere conocimiento y sapiciencia para contar esta ingente caterva de números sin fin que hasta el gigante Caraculeambro problemas tendría en desfacer tan vil entuerto, y ayuda del mago Merlín necesitare si conocer quiero si este número múltiplo sea de 2, de 3, de 5, de 6, de 8 y de 9".*
¿Podrías ayudar a don Quijote a resolver sus preocupaciones?

## PROBLEMA 4

100!

¿En cuántos ceros acaba 100!?

# FASE PROVINCIAL DE VALLADOLID
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

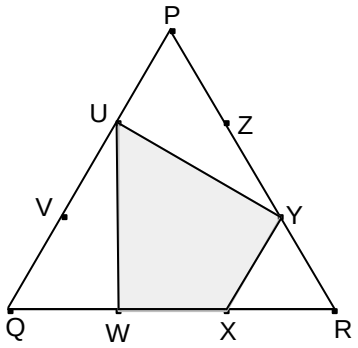
"UN CUADRADO DE CUADRADOS"

Se dispone de una caja de baldosas cuadradas e iguales. Se desea construir un cuadrado con ellas. En un primer intento de construcción del cuadrado, faltan siete baldosas. En un segundo intento, al construir un cuadrado de menor tamaño, sobran diez. ¿Cuántas baldosas tiene la caja?

## PROBLEMA 2

"CUADRILÁTERO EN TRIÁNGULO"

Sobre un triángulo equilátero PQR de lado 3 unidades, se marcan los puntos X, Y, Z, U, V, W, que dividen los lados del triángulo en segmentos de longitud una unidad. Hallar la razón de las áreas del cuadrilátero XYUW y del triángulo PQR.




## PROBLEMA 3

"EL TESORO DEL ABUELO"

Paloma ha recibido, como herencia de su abuelo, un baúl que contiene un tesoro. El baúl tiene adherida una nota con las instrucciones necesarias para poder abrir la cerradura. El mensaje de la nota dice lo siguiente:

"El código que abrirá la cerradura es un número de seis cifras muy especial: está formado por las seis cifras del 1 al 6. Además, el número formado por las dos primeras cifras es divisible por 2; el número formado por las tres primeras cifras es divisible por 3, y así sucesivamente hasta el número formado por las seis cifras, que es divisible por 6. Pero recuerda que sólo tienes dos intentos. Si no consigues abrirla en el segundo intento, la caja quedará cerrada para siempre"

¿Podrías ayudar a Paloma a encontrar el código y conseguir el tesoro?

# FASE PROVINCIAL DE VALLADOLID
# 2º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

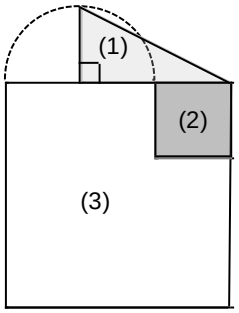
"CONCURSO DE MATEMÁTICAS"

En un concurso de Matemáticas, los participantes deben resolver nueve problemas numerados del 1 al 9, en orden creciente de dificultad. El problema nº 1 vale 1 punto, el problema nº 2 vale 2 puntos y así sucesivamente, hasta el problema nº 9, que vale 9 puntos.
La puntuación que recibe cada alumno, en función de sus resultados, es un número de tres cifras formado de la siguiente manera: la cifra de las centenas corresponde al número de problemas que ha resuelto (de 0 a 9); el número formado por las dos cifras restantes es la suma de los puntos correspondientes a los problemas resueltos.
Por ejemplo, si un participante ha resuelto los problemas 5º y 8º, su puntuación será 213.
De esta manera, ¿cuántas puntuaciones distintas pueden obtenerse?

## PROBLEMA 2

"TERRENO DIVIDIDO"

Un terreno se encuentra dividido en tres partes, denotadas por (1), (2) y (3) como se ilustra en la figura. El terreno (2) es un cuadrado que forma con el terreno (3) otro cuadrado. El círculo marcado nos indica la igualdad de ciertas longitudes, que servirán de ayuda para resolver la siguiente cuestión:




Sabiendo que el área del terreno (3) es de 1600 $m^2$, ¿Cuál será el área de la región triangular denotada por (1) ?

## PROBLEMA 3

"PINTURAS Y PINCELES"

Se dispone de seis cajas, de las cuales cinco contienen pinturas y una contiene pinceles. Cada caja está marcada con el número de objetos que contiene. Dichos números son:

15 31 19 20 18 16

Se reparten las cajas entre tres amigos, sin abrirlas.
Sabiendo que el primero se ha llevado un cierto número de pinturas, el segundo doble de pinturas que él y al tercero le han dejado exclusivamente la caja de pinceles,
**a)** ¿Cuántos pinceles había en la caja que le correspondió al tercero?
**b)** ¿Cuántas pinturas obtuvieron cada uno de los dos primeros?

# FASE PROVINCIAL DE ZAMORA
# 1º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

LA LIGA DE FÚTBOL

Hace varias temporadas los 5 primeros equipos clasificados en la liga española fueron, no necesariamente en este orden, Ath. Bilbao, F.C. Barcelona, Deportivo de la Coruña, Real Madrid y Valencia. Se sabe que el Real Madrid quedó tantos puestos por delante del Valencia como el Barcelona del Ath. Bilbao, y que el tercer y quinto puestos no fueron ocupados ni por el Caruña ni por el Valencia. ¿Qué puesto ocupó cada uno de los 5 equipos en aquella temporada?

## PROBLEMA 2

SOCIEDAD CICLOTURISTA "AMIGOS DE LA BICI"

José, Luis, María y Rocío son cuatro componentes de la Sociedad Cicloturista "Amigos de la Bici" que aspiran a ser presidente de la misma. Como no se ponen de acuerdo deciden sortear el cargo de la siguiente forma: Se lanzarán tres monedas al aire; si no sale ninguna cara la presidencia será para José, si sale una cara será para Luis, si salen dos caras será para María, y si salen tres caras será para Rocío. ¿Te parece justa esta forma de sorteo?. En caso de ser injusta ¿Quién tiene más ventaja?

## PROBLEMA 3

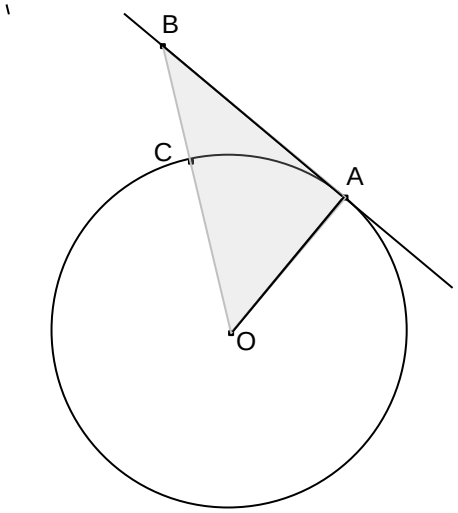
MUCHO SUSPENSO EN MATEMÁTICAS

Los $\frac{2}{5}$ de los alumnos de una clase son chicos. El último examen de Matemáticas realizado lo han aprobado el 20% de los chicos y el 40% de las chicas. ¿qué porcentaje de los alumnos suspensos son chicas?

## PROBLEMA 4

TÓCAME SÓLO UNA VEZ

La recta AB es tangente a la circunferencia de centro O en el punto A. Dicha circunferencia tiene 9 centímetros de diámetro. C pertenece a la circunferencia y el segmento CB mide las dos terceras partes del radio de la circunferencia. Determinar si el área sombreada es mayor, igual o menor que la de la cuarta parte del círculo.



# FASE PROVINCIAL DE ZAMORA
# 2º CICLO E.S.O.

## PROBLEMA 1

EL ABUELO Y EL NIETO

Lo que voy a contar sucedió en 1932. Tenía yo entonces tantos años como expresan las dos últimas cifras del año de mi nacimiento. Al poner en conocimiento de mi abuelo esta coincidencia, me dejó pasmado al contestarme que con su edad ocurría lo mismo. Me pareció imposible.
- Claro que es imposible -añadió una voz-. Pues es completamente posible. Mi abuelo me lo demostró. ¿Cuántos años teníamos cada uno de nosotros?

## PROBLEMA 2

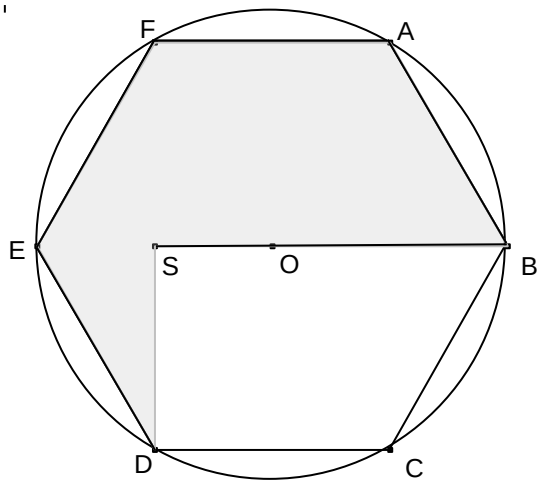
PIZZAS

Un grupo de chicos y chicas han comido en un restaurante en el que sólo se sirven pizzas cortadas en 12 raciones. Cada chico comió 6 o 7 raciones y cada chica 2 o 3 raciones.
Se sabe que 4 pizzas no fueron suficientes y que con 5 pizzas hubo de sobra.
Calcula el número de chicos y de chicas del grupo.

## PROBLEMA 3

UNA PORCIÓN DE HEXÁGONO

Calcula el área exacta de la figura sombreada, sabiendo que ABCDEF es un hexágono regular, inscripto en la circunferencia de centro O, que la longitud de la misma es de $24\pi$ cm y que el ángulo DSB es recto.




## PROBLEMA 4

¿QUÉ CAMISA ME PONGO?

En un armario hay camisas de dos colores: blancas y azules, y de dos tamaños: grandes y pequeñas. Se sabe que el 60% de las camisas son pequeñas, el 70% son blancas y que un tercio de las camisas azules son pequeñas. Si escojo al azar una camisa del armario, ¿Qué es más probable, que sea grande y azul o que sea grande y blanca?

# FASE REGIONAL DE LEÓN
# PRUEBA INDIVIDUAL 2º E.S.O.

## PROBLEMA 1

MAGIA NUMÉRICA

Dados tres dígitos cualesquiera, La suma de las cifras del número que resulta al restar el mayor número menos el menor número que se pueden formar con los tres dígitos da siempre el mismo resultado ¿Cuál es ese resultado? Demuéstralo de forma genérica para cualesquiera tres dígitos

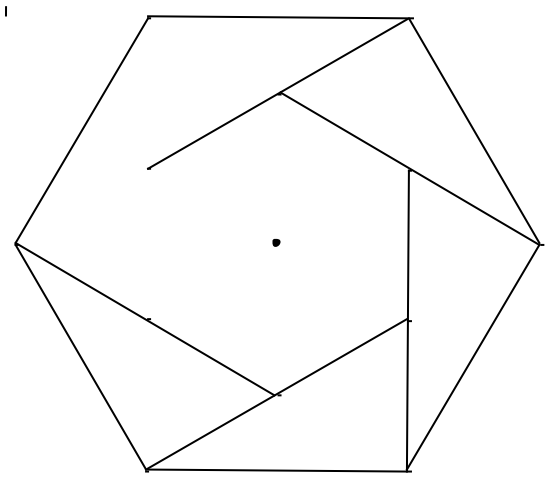
**SOLUCIÓN**

Si elegimos los dígitos 3, 7 y 5, el mayor número que se puede formar es 753, y el menor 357. Si restamos ambas cantidades obtenemos 753-357=396, y sumando las tres cifras del resultado se obtiene 3+9+6=18, que es el resultado que se va a obtener siempre.
DEMOSTRACIÓN: Dados a, b y c con a>b>c , el mayor número que se puede formar es abc, y el menor cba. Restando estos dos números se obtiene otro cuyas cifras son a-c-1 la de las centenas; 9 la de las decenas y 10+c-a la de las unidades. Sumando las tres cifras se obtiene: a-c-1+9+10+c-a=18.

## PROBLEMA 2

PROPORCIÓN EN HEXÁGONO

Dado un hexágono regular de 6 cm. de lado, se dibujan seis triángulos rectángulos iguales de ángulos agudos 30 y 60 grados, como en la figura.



¿Qué proporción del área del hexágono mayor representa el área del hexágono menor?

**SOLUCIÓN**

Los hexágonos son semejantes puesto que ambos son regulares.
Denotando por d a la hipotenusa de los triángulos y c al cateto desconocido, y recordando el teorema de Pitágoras y que dicho cateto mide la mitad de la hipotenusa (por ser el triángulo la mitad de uno equilátero) resulta que el lado del hexágono menor es:

$$l = d - c = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Y por tanto:

$$\frac{A}{A'} = R^2 \rightarrow \frac{A}{A'} = \left(\frac{6}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{36}{12} = 3$$

es decir, que el hexágono grande tiene un área 3 veces mayor que la del pequeño.

## PROBLEMA 3

BUSCANDO TRIÁNGULOS

Encuentra todos los triángulos que tienen perímetro 12 cm, sabiendo que la medida de todos los lados es un número entero. ¿Tienen todos la misma área? Calcúlala.

**SOLUCIÓN**

Descomponemos el número 12 como suma de 3 sumandos que sean números naturales y nos quedamos con las opciones que corresponden a un triángulo. Son:

2, 5 , 5 Isósceles. Altura= $\sqrt{24}$ .

Área= $\frac{2\sqrt{24}}{2} = \sqrt{24}$

3, 4 , 5 Rectángulo. Área= $\frac{3\cdot 4}{2} = 6$

3, 4 , 4 Equilátero. Altura= $\sqrt{12}$ .

Área= $\frac{4\cdot\sqrt{12}}{2} = 2\cdot\sqrt{12}$

## PROBLEMA 4

NÚMEROS SECRETOS

**a)** En cada uno de los vértices de un triángulo está escrito con tinta invisible un número secreto y con tinta visible la suma de los números secretos correspondientes a los otros dos vértices.

¿Podrías indicar una regla sencilla para calcular los números secretos a partir de los números que se ven?

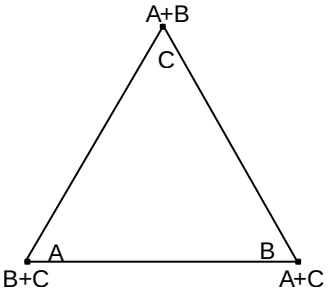
**b)** En lugar de un triángulo tenemos ahora un cuadrilátero. En cada vértice con tinta invisible su número secreto y con tinta visible la suma de los números secretos de los otros vértices. Indica la regla para calcular en este caso los números secretos.

**c)** ¿Y si tuviésemos un polígono de 23 lados?

En general, ¿cuál es la regla para determinar los números secretos para un polígono de n lados?

**SOLUCIÓN**

**a)** Se ha representado el número oculto por A, B, C en cada vértice. Escritos en el interior. El número visible es el que aparece en el exterior.

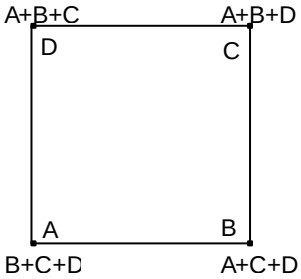



Calculo de A:
Se hace la suma de los visibles en los vértices B y C menos el número visible en el vértice A. Esto es:

(A+C)+(A+B)-(B+C)=A+C+A+B-B-C= 2A

De donde se calcula A dividiendo por 2.
De forma análoga para calcular el número secreto de cada uno de los otros vértices.

**b)** Para calcular A en este caso, se suman los números visibles de los restantes vértices, menos 2 veces el visible en el vértice A




(A+C+D)+(A+B+D)+(A+B+C)-2(B+C+D)=
=A+C+D+A+B+D+A+B+C-2B-2C-2D=3A

Basta con dividir por 3

**c)** Este procedimiento se generaliza con facilidad, en el caso de 23 vértices. Para calcular A se suma el numero visible de

los 22 vértices restantes, y restar 21 veces el visible en A. Basta con dividir el número obtenido por 22.

**d)** En el caso de n vértices se hace la suma de los n-1 visibles en los vértices distintos de A, menos n-2 veces el visible en A y se divide por n-1.

Esto es $A_i = \dfrac{\sum_{j \neq i} \overline{A}_j - (n-2)\overline{A}_i}{n-1}$. Se ha representado con barra superior los visibles y sin ella el invisible a calcular.
No se espera que un alumno de segundo de eso escriba esta expresión, pero si que dé la explicación.

# FASE REGIONAL DE LEÓN
# PRUEBA INDIVIDUAL 4º DE E.S.O.

## PROBLEMA 1

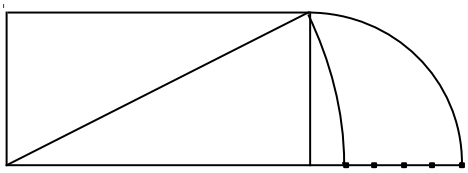
REPARTO DE FINCAS.

Dos hermanos deben repartirse la tierra que les dejó en herencia su padre: una superficie rectangular, el doble de larga que de ancha. En todo el contorno de la parcela hay plantados manzanos. Estos árboles interesan a uno de ellos, pero no al otro que piensa ante todo en sembrar maíz para alimentar a sus gallinas. Deciden por ello repartirse la tierra en partes iguales del siguiente modo: El primero tendrá una banda de ancho constante a lo largo de todo el perímetro de la parcela y el segundo se quedará con el rectángulo central. ¿Qué ancho tendrá esa banda? ¿Cómo la determinarías mediante una construcción geométrica sencilla?

**SOLUCIÓN**

Llamemos n=1000 el ancho y 2n el largo del terreno y sea x el ancho de la banda. Trazando en línea recta los cuatro segmentos de la banda, la superficie de la banda igualada a la mitad del área total será: $6nx - 4x^2 = ½ (n\ 2n) \Rightarrow 4x^2 - 6nx + n^2 = 0$, que tiene por soluciones $x = n\cdot\frac{3+\sqrt{5}}{4}$ y $x = n\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{4}$. La primera solución no es válida pues es mayor que n; la solución es, por tanto, $x = 1000\frac{3-\sqrt{5}}{4}$.

Un procedimiento geométrico sería el siguiente (mejor hacer el dibujo):



Hay que interpretar geométricamente el número $\frac{3-\sqrt{5}}{4}\cdot n = \frac{3n-n\sqrt{5}}{4}$

Tomamos el rectángulo origen de base 2n y altura n, entonces $n\cdot\sqrt{5}$ es su diagonal. Se prolonga la base de 2n hasta 3n y se abate la diagonal sobre este nuevo segmento. Entonces $\frac{3n-n\sqrt{5}}{4}$ es la cuarta parte del segmento restante después de abatir la diagonal y esta medida es la de la anchura x de la banda.

## PROBLEMA 2

TORRE NUMÉRICA

Se colocan los números naturales en la siguiente disposición:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 | | | | |
| | | | 2 | 3 | 4 | | | |
| | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | |
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | … | … | … |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … |

El número 12 está en la cuarta fila y debajo de él se encuentra el número 20. Si seguimos colocando los números naturales:

**a)** ¿En qué fila estará el número 1917?.

**b)** ¿Qué número se encuentra debajo del número 1917?

**SOLUCIÓN**

El último número de la fila n es $n^2$.

$43^2 = 1849 < 1917 < 44^2 = 1936$

Luego 1917 está en la fila 44.

El último número de la fila 45 es $45^2 = 2025$ y el anterior es por lo tanto 2024 que está debajo de 1936.

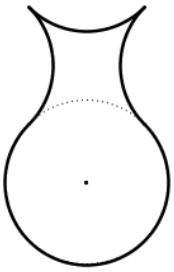
$1936 - 1917 = 2024 - n;\ n = 2005.$

## PROBLEMA 3

CUADRATURA DEL ÁNFORA

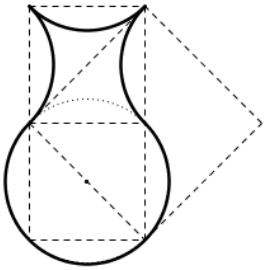
Aunque la cuadratura del círculo no es posible, con frecuencia si lo es cierto tipo de figuras limitadas por arcos. La parte inferior de esta especie de ánfora está formada por tres cuadrantes de una circunferencia de diámetro x; la parte superior está delimitada por otros tres cuadrantes, con su lado cóncavo hacia el exterior, de una circunferencia del mismo diámetro.

**a)** Dibuja, sobre la figura, dos cuadrados iguales de tal manera que la suma de sus áreas sea igual al área del ánfora.



**b)** Busca la cuadratura del ánfora, es decir, dibuja un cuadrado cuya área sea la misma que la del ánfora.

**SOLUCIÓN**



## PROBLEMA 4

NÚMEROS SECRETOS

**a)** En cada uno de los vértices de un triángulo está escrito con tinta invisible un número secreto y con tinta visible la suma de los números secretos correspondientes a los otros dos vértices.

¿Podrías indicar una regla sencilla para calcular los números secretos a partir de los números que se ven?

**b)** En lugar de un triángulo tenemos ahora un cuadrilátero. En cada vértice con tinta invisible su número secreto y con tinta visible la suma de los números secretos de los otros vértices. Indica la regla para calcular en este caso los números secretos.

**c)** ¿Y si tuviésemos un polígono de 23 lados?

En general, ¿cuál es la regla para determinar los números secretos para un polígono de n lados?

# FASE REGIONAL DE LEÓN
# PRUEBA POR EQUIPOS

Para realizar esta especie de pequeña Gymkhana matemática, necesitáis un bolígrafo, papel, un plano de León para orientaros y ganas de trabajar en equipo.

Formato de éste folio: DIN A4 (21 x 29,7 cm)

## PRUEBA 1

### Inicio: Plaza de San Marcelo

Estimación de la altura de la Torre Sureste del Edificio Botines.

Si observamos la Torre Sureste desde un punto situado entre la farola que sustenta la señal de "prohibido estacionar" y el macetero más próximo al Edificio que hay cercano a ésta señal, el extremo superior de dicha torre se ve con un ángulo de elevación de 45º aproximadamente.

Contestad (podéis **indicar el proceso** que habéis seguido en el reverso de la hoja):

**a)** ¿Cuánto mide la Torre Sureste aproximadamente?

**b)** ¿Cuánto debemos avanzar hacia la Torre para observarla con un ángulo de 60º?

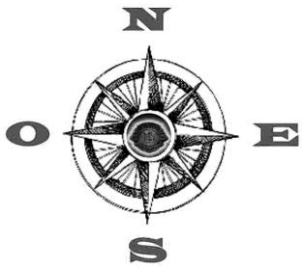
Nota: La tangente de 60º es aproximadamente 1,73.

**c)** Tres de las Torres del Edificio Botines tienen una altura similar. La Torre diferente, que es más alta, excede a las demás en 1/6 de la altura de aquellas.

**Calculad y completad**:

• Nombre y apellidos del arquitecto que diseñó las Torres:

• Para referiros a las Torres utilizad las direcciones de la **Rosa de los Vientos**




Torre _____

Altura _____

Torre _____

Altura _____

Torre _____

Altura _____

Torre _____

Altura _____

## PRUEBA 2

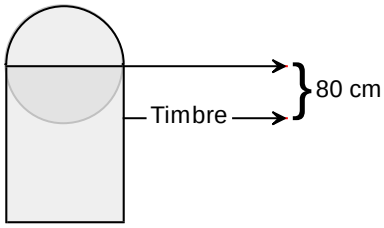
### Inicio: Edificio Botines

Tomad ahora la dirección Norte-Sur con sentido Norte hasta que os sea posible tomar la dirección Este-Oeste con sentido Este. Llegareis enseguida a la fachada Norte de otro famoso Edificio.

***Nombre del Edificio***:

_____

**a)** Estimad el área del hueco *abovedado* de la puerta principal.



**b)** En esta prueba debéis reemplazar las letras por palabras de modo que el resultado sea una frase 'correcta':

Ejemplos:

7 = D en una S ⟶ 7 días en una Semana

32,26 = L en dos A de V ⟶ 32,26 Litros en dos Arrobas de Vino

**400=A del Q**

_____

**13=OMR**

_____

**8=V en un C**

_____

**PRUEBA 3**

**Inicio: Fachada Norte del Edificio de la Prueba 2**

Estáis ante un bonito Parque…

Nombre: _____
Dedicado a: _____

**a)** Encontrareis una…

**Conducción de agua de la Época Romana**

En el año 74 se produce la venida a la península de la Legio VII Gemina, la cual va a ser ya la única presente en suelo hispano hasta el fin del periodo romano. Su asentamiento será en Legio (León), seguramente sobre el antiguo campamento de la Legio VI Victrix. Sus funciones van a ser, no tanto militares, como de dirección de las explotaciones mineras, así como de construcción de puentes, calzadas, etc...

…En el exterior de la muralla surgieron tiendas y chabolas formando un barrio que vive de las necesidades militares, constatándose la presencia de población proveniente de otras partes de Hispania e incluso del imperio. La mezcla de población militar y civil va sentando las bases del nuevo núcleo urbano, teniendo gran parte de la población el estatuto de ciudadano romano. A principios del **siglo** ¿ ? , la reforma militar de Séptimo Severo permitiéndose a los legionarios en activo casarse legalmente y residir en el entorno del campamento militar, supone el elemento decisivo de consolidación de la base del futuro **núcleo urbano leonés**.

Buscando el siglo…

- Es un nº positivo
- Busca la fecha de la reciente remodelación del Parque.
- De los dos múltiplos de nueve más cercanos a la fecha anterior, elige el más lejano y multiplícalo por 0,1.
- El siglo buscado elevado al cuadrado es precisamente la mitad de la onceava parte del número anterior.

**b)** Debéis dirigir vuestros pasos a la Plaza de la Catedral. Utilizad el plano y subid por la Calle Ancha mientras resolvéis….

**CUENTAPASOS**

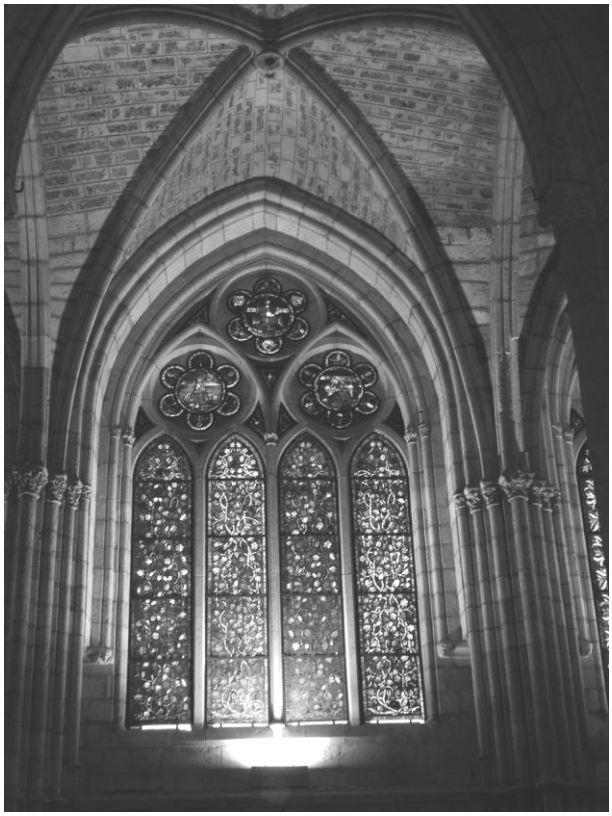
Don Quijote y Sancho caminan juntos. Don Quijote da dos pasos al tiempo que Sancho da tres. En un cierto instante ambos pisan con el pie derecho.

¿Al cabo de cuántos pasos de Don Quijote pisan por primera vez ambos con el pie izquierdo?

**FRAGMENTO DEL QUIJOTE**:

—Eso creo yo bien —respondió don Quijote—, porque he tenido con el gigante la más descomunal y desaforada batalla que pienso tener en todos los días de mi vida, y de un revés, ¡zas!, le derribé la cabeza en el suelo, y fue tanta la sangre que le salió, que los arroyos corrían por la tierra como si fueran de agua.
—Como si fueran de vino tinto, pudiera vuestra merced decir mejor —respondió Sancho—, porque quiero que sepa vuestra merced, si es que no lo sabe, que el gigante muerto es un cuero horadado, y la sangre, **seis arrobas de vino tinto** que encerraba en su vientre.

¿A cuántos litros equivalen las seis arrobas de vino mencionadas?



## PRUEBA 4

### Inicio: Plaza de La Catedral

Disfruta tranquilamente de la bonita vista de la **Pulcra Leonina** a la par que resuelves…

**a)** En la catedral de León hay dos torres en la fachada principal. En una de ellas hay un reloj. Observa el número de agujas que tiene. Multiplica ese número por 100 y hallarás el sueldo en ducados de un cirujano de la época de Cervantes. Si multiplicas por 50 el número de rosetones grandes que forman parte de las vidrieras de la Catedral, obtendrás el valor actual, en euros, de una ternera de seis meses. Si en aquella época la ternera valía 5 ducados, ¿podrías calcular en euros el sueldo de un cirujano de entonces?

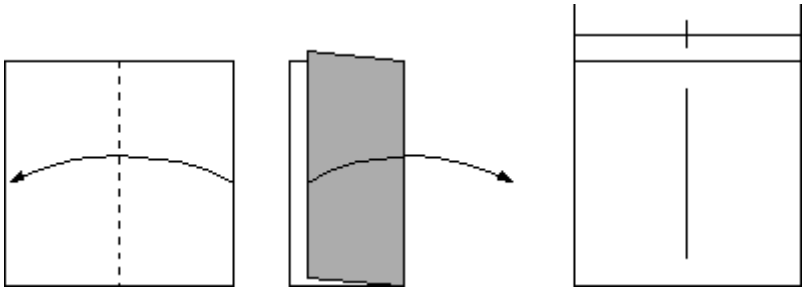
**b)** Lope de Vega cobraba 500 reales por una comedia y con ese dinero podían comprarse 1400 hogazas de pan. Calcula aproximadamente en euros el precio de las hogazas de antaño.

Don Quijote: "*Ladran Sancho, señal de que son perros...*

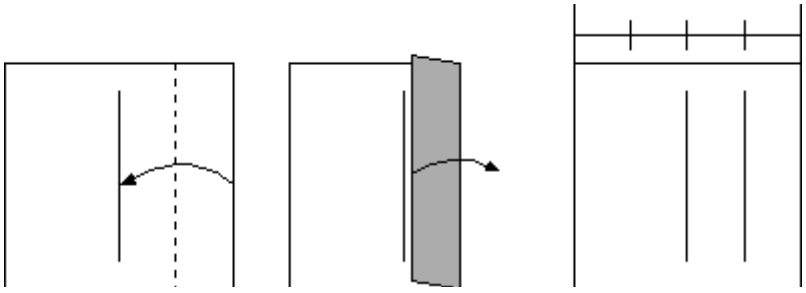
# FASE REGIONAL DE LEÓN
# PRUEBA POR PAREJAS

## How to Divide the Side of Square Paper

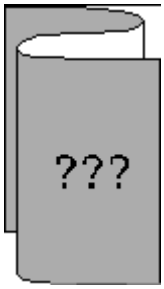
Can you divide the side of square paper into 2? Yes, It's easy.

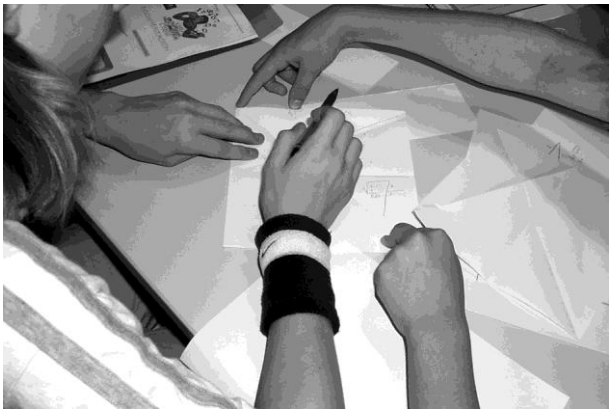


How about 4? It's also easy.



Now divide into 3. Is it difficult?



Tienes que encontrar la forma de dividir el lado del cuadrado en 3 partes iguales, sin recurrir al tanteo que ves arriba ni al tanteo de la diagonal. Debes demostrar geométricamente la o las soluciones halladas.
Se valorará la obtención de soluciones en un número razonable de pasos (cuantos menos mejor) y la elegancia en la demostración (prioridad de las semejanzas sobre demostraciones trigonométricas).

## RELACIÓN DE PARTICIPANTES EN LA XIII OLIMPIADA REGIONAL

| 2º ESO | 4º ES0 |
|---|---|

### BURGOS

| | |
|---|---|
| Elvira Frías Romero | Guillermo Antón Lara |
| Bárbara Sainz Crespo | Miguel Díez Gallego |
| Marcos Vallejo Quintanilla | Sandra Miguel Somavilla |

**Profesor: Juan Jesús García Velasco**

### LEÓN

| | |
|---|---|
| David Álvarez Diñeiro | David García Prieto |
| Jaime Álvarez Pérez | David González Cuadrado |
| José Dimas Ares Fernández | Jonathan Llamazares Blanco |

**Profesor: Andrés Cornejo Alonso.**

### SALAMANCA

| | |
|---|---|
| Daniel Díez Garzón | Raúl Domínguez Sánchez |
| Estefanía Domínguez Domínguez | Julia Ramos González |
| Irene Mariñas Del Collado | Sergio Serrano Blázquez |

**Profesor: Santiago Pascual Izquierdo**

### SEGOVIA

| | |
|---|---|
| Miguel Fraile García | Carlos Javier Benito Parejo |
| Marta Grande Pascual | Rodrigo Martín Gozalo |
| Juan Redondo Hernán | Adrián Moro Calderón |

### SORIA

| | |
|---|---|
| José Javier Carnicero Martínez | Miguel Bravo Marina |
| Ana De La Fuente Torre | José Luis Calonge Jiménez |
| Beatriz Fernández-Velilla San José | Pablo Remesal García |

### VALLADOLID

| | |
|---|---|
| Carla María Maniega Arias | Javier Álvarez De Soto |
| Concepción Marcos Mendiluce | Carlos Corrales Benítez |
| Rocío Martín Macarro | Ignacio De Blas Sanz |

**Profesora : Clara Muñoz Herrero**

### ZAMORA

| | |
|---|---|
| Miguel España Aliste | Juan Aparicio Blanco |
| Álvaro Nieto Palmero | Elena Justel Enríquez |
| Miguel Rodríguez Casado | Rodrigo Muñoz Montes |

**Profesor: Francisco José Ruiz Santiago**

**COORDINACIÓN: Esperanza Durany y Ángeles Fernández.**