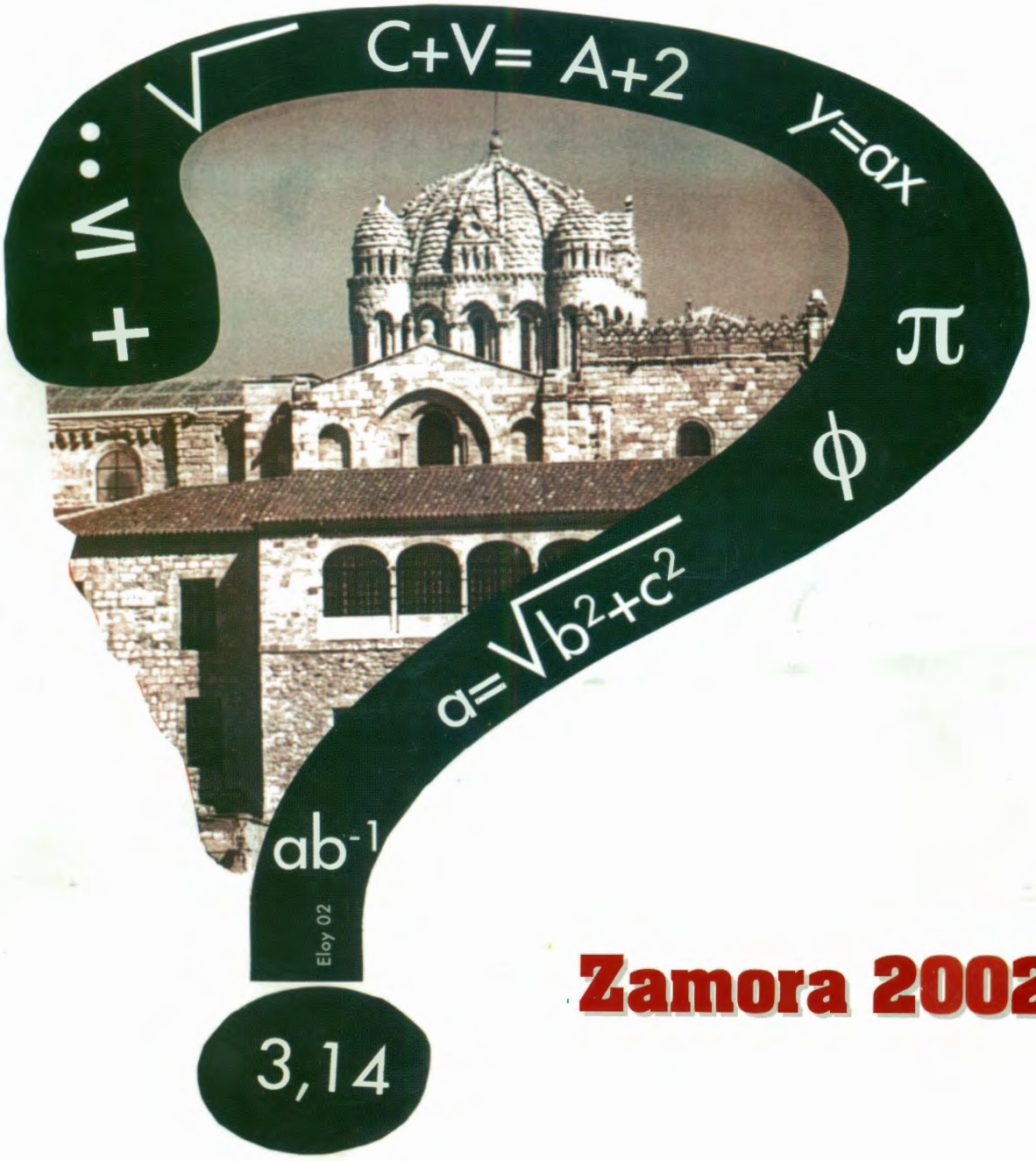
X OLIMPIADA CASTELLANO-LEONESA DE MATEMÁTICAS



Zamora 2002

SOCIEDAD CASTELLANO-LEONESA
DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

CONVOCA:

Sociedad Castellano-Leonesa del Profesorado de Matemáticas

ORGANIZA:

Sociedad Castellano-Leonesa del Profesorado de Matemáticas
SECCIÓN PROVINCIAL DE ZAMORA

Dirección Provincial de Educación. ZAMORA

COLABORAN:

Junta de Castilla-León. CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y CULTURA

C. F. I. E. de Zamora

Diputación de Zamora. ÁREA DE CULTURA

Ayuntamiento de Zamora. CONCEJALÍA DE CULTURA

Caja España. OBRA SOCIAL

Ediciones S. M.

Editorial McGraw-Hill

Bodegas Fariña. TORO

COMPONE:

Eloy-Luis Bobo Romero
Francisco Luis Esteban Arias
Ángel Junquera Fidalgo
Constantino Lozano Juárez

IMPRIME:
Gráficas ARTIME

ISBN:
84-922919-6-6

LA PRESENTE PUBLICACIÓN SE REALIZA CON EL PATROCINIO DE EDICIONES S. M

INDICE:

COMITÉ ORGANIZADOR:

Rosalía Aguado
Ángel Junquera
Higinio Ramos
Eloy-Luis Bobo
Constantino Lozano
Manuel Rodríguez
Francisco Luis Esteban
Carmen Pinilla
José Rubio

PRESENTACIÓN

En un abrir y cerrar de ojos han pasado estos diez años desde que, allá en 1993, celebramos la primera olimpiada regional en Valladolid con alumnos de entonces 8º de E.G.B.

Los participantes en aquella edición, estarán acabando, o habrán finalizado su carrera, pero a buen seguro, la experiencia de aquella participación habrá contribuido muy positivamente en la construcción de su personalidad.

No se les habrá olvidado que compitieron disfrutando "haciendo problemas" -¿a quién se lo podrían contar en ese momento?-. Tampoco se les olvidará que discutieron sobre la solución de una de las pruebas con una compañera de Burgos y otra de Zamora, que una de Salamanca tuvo una idea brillante para resolverla y que otro de León y una de Soria lo sacaron haciendo un dibujo, pero que aquel de Valladolid nos dejó sorprendidos por la facilidad con que obtuvo la solución.

Esta escena, se ha repetido durante los últimos años en diferentes localidades de Castilla y León alrededor de las diversas situaciones problemáticas, que en cada una de las "Olimpiadas" se han ido planteando.

En el capicúa año de 2002, Zamora acogió esta última celebración con la pretensión de que el recuerdo también permaneciera en la mente de los participantes.

Un agradecimiento especial a las entidades e instituciones que nos han apoyado en esta tarea, así como a las ciudades que nos han abierto sus puertas. Felicitación a todos los alumnos y alumnas participantes y un recuerdo y saludo entrañable para quienes han contribuido con su dedicación y esfuerzo a que se hayan desarrollado estas diez Olimpiadas.

El comité organizador

FASE PROVINCIAL DE BURGOS
2ª E. S. O

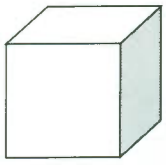
PROBLEMA 1

Adivina el número de bolas que hay en cada una de las siguientes cajas teniendo en cuenta:

*Que una de ellas está vacía
*No hay dos cajas con el mismo número de bolas
*El nº total de bolas es 11.

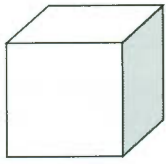
Razona la respuesta paso a paso.

Roja



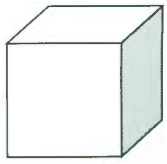
Esta caja no está vacía.

Verde



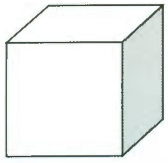
Esta es la caja que tiene menos bolas sin estar vacía.

Amarilla



Hay 5 bolas en una caja que no es esta.

Blanca



Esta es la caja que más bolas tiene.

PROBLEMA 2

Una iglesia posee tres campanas que dan un toque "único" cada cierto tiempo; a saber:

- La mayor suena cada hora y media.
- La mediana cada 3/4 de hora.
- La pequeña cada 15 minutos.

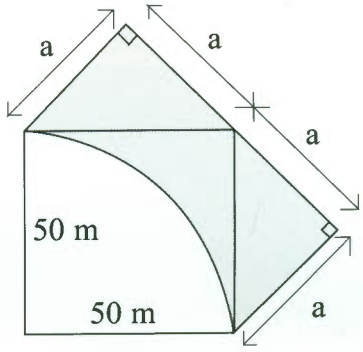
A las 7 de la mañana coinciden en el toque las tres campanas. ¿A qué hora volverán a coincidir?

a) ¿Cuántos toques darán entre las tres campanas desde las 7 de la mañana hasta que vuelven a coincidir, incluyendo los toques de ambas horas?

b) ¿Cuántas veces coincidirán las tres campanas hasta las 7 de la mañana del día siguiente?

PROBLEMA 3

Se desea comprar una parcela que tiene la forma de la parte sombreada.Sabemos que los ángulos marcados son rectos.



Si el m² se vende a 20 euros, más el 16% de IVA, ¿cuánto deberá pagar el comprador por dicha parcela?

PROBLEMA 4

Hay números, como el 360, que al dividirlos por 23 dan un cociente igual al resto.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 23 \\ 130 & 15 \\ \hline 15 & \end{array}$$

a) Busca todos los números menores que 100 con esta propiedad al ser divididos por 23.

b) ¿Cuántos hay en total con esta propiedad, mayores o menores que 100?

c) ¿Qué números tienen esta propiedad si el divisor es "n"?.

FASE PROVINCIAL DE BURGOS
4ª E. S. O

PROBLEMA 1

Una persona hace una ruta de paseo por una senda ascendente hasta la parte más alta de un altiplano a una velocidad de 3 km/h. Desde la cima, se desplaza por un camino llano hasta una casa a una velocidad de 4 km/h. Nada más llegar a la casa, da la vuelta y hace el paseo inverso por el mismo camino y senda hasta llegar al punto de partida inicial. La bajada la hace a una velocidad de 6 km/h y la velocidad en llano es siempre la misma. Si ha tardado en total 5 horas ¿Cuántos km ha recorrido?

PROBLEMA 2

Vamos a estudiar un conjunto C de figuras siguiendo esta regla:

La figura □ es un elemento de C, y a partir de ella pueden describirse las otras figuras de C teniendo en cuenta las reglas siguientes:

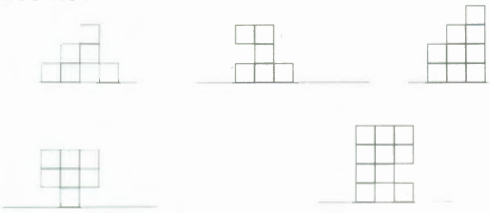
1ª.- Si una figura f es un elemento de C, también lo será la obtenida a partir de ella adosando un cuadradito □ a la derecha de la fila (horizontal) más baja de f.

2ª.- Si una figura f es un elemento de C, también lo será la que resulta de adosarla un cuadradito □ en la parte más alta de la columna (vertical) situada más a la derecha de f.

a) Tomemos un elemento de C, por ejemplo:

Si disponemos de un cuadradito, ¿cuántas figuras de C podemos construir a partir de ella? Dibújalas.

b) De las siguientes figuras, ¿cuáles son de C y cuáles no?



c) Describe todas las figuras de C compuestas por 4 cuadraditos.

d) ¿Cuántas hay con 5 cuadraditos? ¿Y con 6?

e) Busca una regla que te permita calcular el nº de figuras de C compuestas de un número cualquiera de cuadraditos.

PROBLEMA 3

Hay números decimales ilimitados que no son periódicos. Por ejemplo: 0'101001000100001...., donde el primer uno va seguido de un cero, el segundo de dos, al tercer uno le siguen tres ceros y así sucesivamente. Hemos escrito los cinco primeros unos que contiene este número.

a) ¿Sabrías decirnos el lugar que ocupará, en este número decimal, el centésimo uno que escribamos?

b) Si nos fijamos, la 6ª cifra decimal de este número es un uno, la novena es un 0. ¿Sabrías decirnos qué cifra decimal figura en el lugar 500.001?

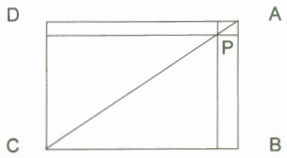
PROBLEMA 4

Por un punto P de la diagonal AC de un rectángulo ABCD se trazan dos líneas paralelas a los lados de la figura. Se obtienen dos rectángulos de áreas S y S'.

a) Si las dimensiones del rectángulo de partida son 12 cm de base y 8 cm de altura y la distancia del punto P al lado menor es 1 cm. ¿Cuánto valen las áreas S y S'?

b) Si cambiamos el punto P a otra distancia del lado menor, ¿también ocurrirá lo mismo? Demuéstralo.

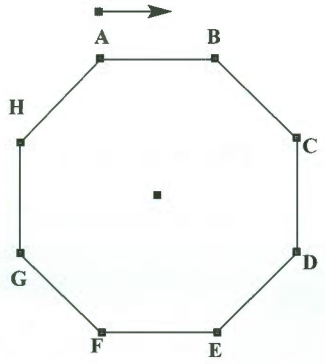
c) ¿Dónde deberá estar situado el punto P para que la suma de las áreas de los dos rectángulos sea máxima?



FASE PROVINCIAL DE LEÓN
2º E. S. O

PROBLEMA 1

Una hormiga camina por el borde de un plato como el que se representa y en el sentido que se indica. El lado del octógono es 14 cm. Parte del vértice A en el sentido indicado y hace la primera parada a 6 cm de A. Después para cada 6 cm. En total hace 2000 paradas. ¿Cuántas paradas realiza en el vértice A?. ¿Hay algún otro vértice en que pare el mismo número de veces que en A?



PROBLEMA 2

Tenemos un cuadrilátero con los cuatro lados diferentes, pero las diagonales son perpendiculares y miden 8 y 5 metros respectivamente.

¿Cuánto mide su área?

PROBLEMA 3

LA DESPEDIDA.

En una estación de trenes, la familia Pérez se despide de la Familia Ruiz, no se sabe muy bien si son los Pérez quienes parten y los Ruiz los que permanecen o al revés.

Las normas de urbanidad son las habituales: Cada uno de los Pérez saluda a cada uno de los Ruiz. Al saludarse dos varones se dan un apretón de manos, mientras que al saludarse un varón y una mujer, o dos mujeres, se dan un beso. Un curioso testigo observa la despedida, y cuenta el número de saludos, en total 21 apretones de mano y 34 besos.

¿Cuántos hombres y cuántas mujeres estuvieron despidiéndose?

PROBLEMA 4

El problema número 4 para 2º E.S.O. es el mismo que para 4º E.S.O.

FASE PROVINCIAL DE LEÓN
4º E. S. O

PROBLEMA 1

RECTÁNGULOS OBSTINADOS

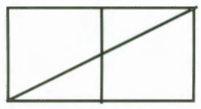
En una hoja de papel cuadriculado dibujamos un rectángulo formado por dos cuadrados. Trazamos una diagonal del rectángulo y observamos que corta a los dos cuadrados. Haciendo lo mismo con un rectángulo mayor, de dos por tres cuadrados, la diagonal corta a cuatro cuadrados.

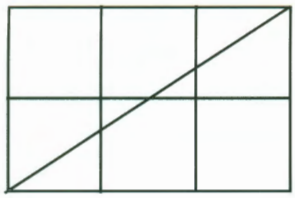
a) ¿Cuántos cuadrados cortará la diagonal de un rectángulo de seis por siete cuadrados?

¿Y si el rectángulo es 73 por 57 cuadrados?.

¿Se puede encontrar alguna regla general para n cuadraditos de largo y m de ancho?

b) En cada caso ¿cuántas intersecciones hay de la diagonal con las líneas horizontales y verticales?

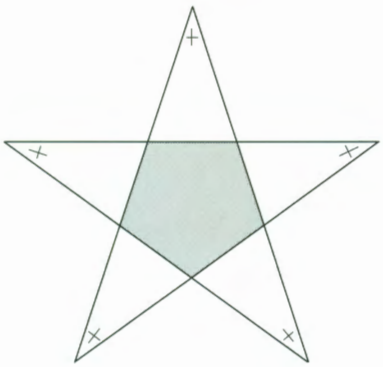




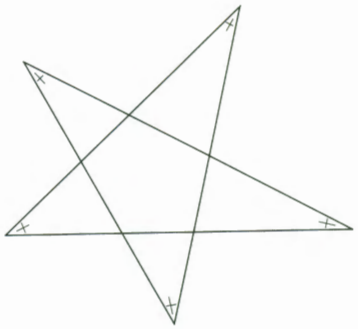
PROBLEMA 2

En la figura se representan dos pentágonos estrellados, el primero de ellos regular. ¿Podrías determinar la suma de los ángulos que forman las puntas de las estrellas en cada uno de ellos?.

a)

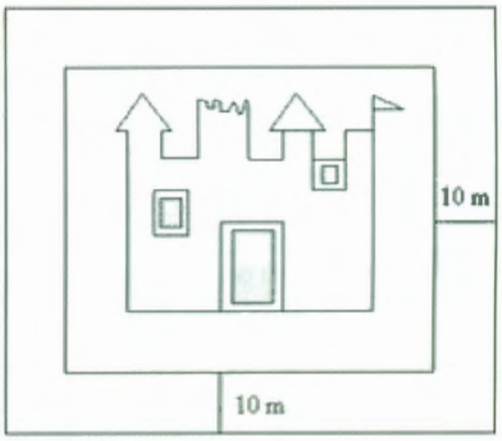


b)



PROBLEMA 3

EL FOSO DEL CASTILLO



A 30 leguas de Pinto y 5 de Marmolejo, existía un castillo viejo que edificó Chindasvinto. Rodeado por un foso de diez metros de ancho, pertenecía a Sisebuto, un señor feudal algo bruto.

En él vivía con su esposa Leonor, su abuela Cunegunda y su tía Berenguela. A una hija que tenía, llamada Rosalía, solía visitarla un doncel, Lisardo, que aquella noche de invierno, oscura y tormentosa, cabalgaba en su corcel de color verde botella, raudo como una centella. Pero hete aquí, que al llegar al castillo de su amada, se encuentra con que, durante la tormenta, el puente levadizo fue arrancado, quedando aislado el castillo.

Tratando de entrar, desesperado, vio que sólo disponía de dos tablones de nueve metros y medio cada uno . Sin embargo, ideó un sistema que le permitió atravesar el foso.

¿Cómo colocó los tablones el doncel Lisardo para poder ver a su amada Rosalía? (No basta dibujar los tablones. Comprueba que con esa disposición consigue atravesar el foso)

PROBLEMA 4

Como sabes, el 12 de mayo se celebra el día escolar de las matemáticas, Este año uno de sus motivos es "Lo grande y lo pequeño" inspirado en los viajes de Gulliver.

Uno de los pasajes del viaje a Liliput dice:

"El lector podrá observar que en el último artículo para la recuperación de mi libertad, el rey estipula permitirme una cantidad de comida y bebida suficiente para mantener a 1728 liliputienses. Algún tiempo después pregunté a un amigo en la corte como había llegado a fijar aquel número determinado; me comentó que los matemáticos de su majestad, tras haber medido mi altura con un cuadrante y encontrar que esta altura sobrepasaba a la suya en una proporción de ....., llegaron a la conclusión a partir de la similitud de los cuerpos, que el mío debía contener 1728 de los suyos y en consecuencia necesitaba tanta comida como fuera preciso para mantener a aquel número de lilliputienses".

1.- ¿Qué número debe ir en los puntos suspensivos del texto?.

2.- A partir de este dato razona si son correctos los datos de estos otros pasajes del mismo viaje de Gulliver:

a) "Se emplearon 1500 caballos del emperador de unos 10 cm de alzada para remolcarme".

b) El emperador dio órdenes de que me prepararan una cama. Seiscientos colchones de tamaño normal se transportaron en carruajes, y dentro de la casa se les fue dando forma; componían el largo y el ancho ciento cincuenta colchones y todo esto repetido cuatro veces en capas superpuestas.

·¿Te parece que el tamaño de la cama es excesivo, o por el contrario es aún pequeña?

·¿Cuál sería la distribución más exacta de colchones, para que Gulliver esté "cómodo"?

FASE PROVINCIAL DE SALAMANCA
2º E. S. O

PROBLEMA 1

LAS SERIES

Aquí hay ocho series de números. Cada una de ellas está construida siguiendo distintos criterios sin que haya ninguno igual. Rellena los espacios 5º y 7º que están libres para que las series queden completas e indica los criterios que se han seguido en cada una para su construcción.

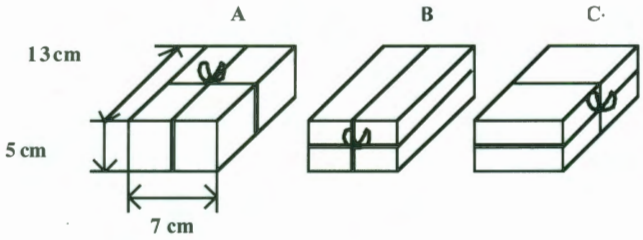
a) 2; 5; 8; 11; _;17; _; ...
b) 2; 7; 12; 17; _; 27; _; ...
c) 2; 4; 8; 16; _; 64; _; ...
d) 1; 4; 9; 16; _; 36; _; ...
e) 3; 1; 4; 2; _; 3; _; ...
f) 1; 3; 6; 10; _; 21; _; ...
g) 2; 3; 5; 7; _; 13; _; ...
h) 1; 1; 2; 3; _; 8; _; ...

PROBLEMA 2

AHORRANDO CORDEL

Se tienen tres cajas iguales de dimensión 5, 7 y 13 cm de alto, ancho y largo respectivamente, atadas de diversas maneras según indica el dibujo:

a) Calcula la longitud del cordel usado en cada caso sin tener en cuenta el nudo.
b) Considera ahora una caja de dimensiones a, b y c con a < b < c. Explica qué precauciones deberás tomar para utilizar la menor cantidad de cordel a la hora de atar la caja.



PROBLEMA 3

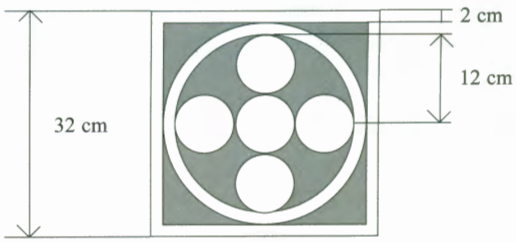
EL ACERTIJO

Entre los amigos estábamos jugando a ponernos acertijos y mira el que me pusieron: halla cuatro números enteros consecutivos cuyo producto sea 57120. Me quedé tan perplejo que para ayudarme me dijeron que con pensar un poco era suficiente, que casi no había que hacer operaciones. No acaba de salirme, pero seguro que con tu ayuda lo consigo.

PROBLEMA 4

EL BALDOSÍN

Hace poco me encontré un baldosín con este dibujo:



Con los datos suministrados en el mismo:

a) Calcula el área de las partes blancas.
b) Calcula el área de las partes sombreadas.

Notas:
1. Los cinco círculos interiores tienen el mismo radio.
2. El dibujo es únicamente orientativo.

FASE PROVINCIAL DE SALAMANCA
4º E. S. O

PROBLEMA 1

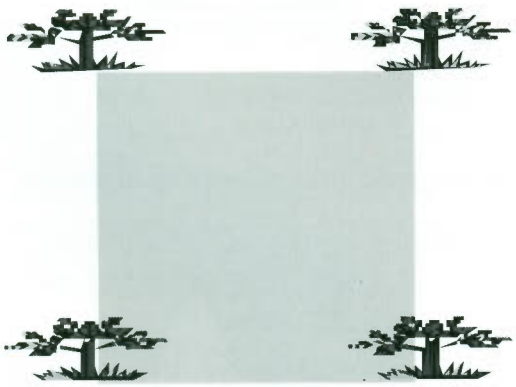
LA CÁMARA DE FOTOS

Gloria le pidió a su madre que le dejara su cámara de fotos digital para la excursión de fin de curso. Su madre le respondió que la cámara había sido muy cara, costó algo más de 120000 pesetas, y que sólo se la dejaría si adivinaba, en menos de 15 minutos, su precio exacto en euros. Para ello le dio la siguiente pista: "Es una cantidad, en euros, que restada de 733 da un cuadrado perfecto y que sumada a otro cuadrado perfecto da el número 781". Gloria lo averiguó en 10 minutos y su madre le dejó la cámara. ¿Qué cantidad respondió?

PROBLEMA 2

LA PISCINA

Se construye una piscina cuadrada con un árbol en cada esquina. ¿Cómo se puede ampliar su superficie al doble sin cortar los árboles ni que queden dentro de la piscina y que su forma siga siendo un cuadrado?. Si toda la piscina tiene la misma profundidad, ¿en cuánto aumentaría su volumen?



PROBLEMA 3

JUGANDO CON LAS CIFRAS

Utilizando todas las cifras del 1 al 9, construye tres números de tres cifras diferentes de modo que el segundo y el tercero sean respectivamente el doble y el triple del primero. Te vamos a dar un ejemplo y tú tienes que encontrar dos soluciones más:

Primer número	Su doble	Su triple
192	384	576

PROBLEMA 4

LOS BALONES

Luis dice que tiene tres balones esféricos de 36 cm de diámetro apoyados en el fondo de una caja de base rectangular uno de cuyos lados mide 72 cm. ¿Cuánto debe medir como mínimo el otro lado de la base de la caja para que eso sea posible? Luis dice además que se podría haber metido en la caja un cuarto balón, también apoyado en el fondo, y tangente a los otros tres. ¿Cuál es el diámetro que debe tener ese cuarto balón para que ello sea posible?

FASE PROVINCIAL DE SORIA
2º E. S. O

PROBLEMA 1

EL CALENDARIO

Se trata de adivinar la suma de 5 días de un mes, elegidos al azar, uno de cada semana y sólo conociendo el día de la semana en que caen.

Para ello podemos utilizar una hoja mensual del calendario. A fin de simplificar, elegimos una hoja de un mes de abril que tiene cinco jueves.

En el ejemplo de la figura, hay que adivinar la suma de los 5 números tachados con el único dato de que uno de ellos cae en lunes, dos en miércoles, uno en jueves y otro en sábado.

MES DE ABRIL						
L	M	X	J	V	S	D
			1	2	~~3~~	4
5	6	7	~~8~~	9	10	11
~~12~~	13	14	15	16	17	18
19	20	~~21~~	22	23	24	25
26	27	~~28~~	29	30		

¿Sabrías emplear algún procedimiento para poder adivinar dicha suma con las condiciones exigidas?.

PROBLEMA 2

El problema número 2 de la prueba de 2º E.S.O. es el mismo que el problema número 1 de la prueba de 4º E.S.O. titulado "La Recolección".

PROBLEMA 3

LULUMBA.

Lulumba es un planeta con un mar inmenso y un sólo continente compuesto por siete naciones llamadas: Ambrosía, Belchesia, Caldonia, Denesia, Enerxia, Falania, y Galanía.

Estas naciones cumplen las siguientes condiciones:

o Dos de estas naciones no tienen mar.

o Falania no es vecina de Galanía ni de Caldonia.

o Caldonia no es vecina de Denesia ni de Ambrosía.

o Ambrosía no es vecina de Enerxia ni de Galanía.

o Belchesia tiene al menos dos playas.

o Denesia y Enerxia tienen la misma cantidad de fronteras.

Averigua de quién es vecina Belchesia.
Dibuja el mapa.

PROBLEMA 4

EL TELESILLA

Las sillas de un telesilla están numeradas de forma consecutiva 1, 2, 3, etc.

Las distancias entre dos sillas consecutivas son iguales.

Durante una tormenta, el telesilla se detuvo, y en ese momento la silla 22 se encontraba a la misma altura que la 59, y la silla 93 se encontraba a la misma altura que la 142.

Determinar el número de sillas que tiene el telesilla.

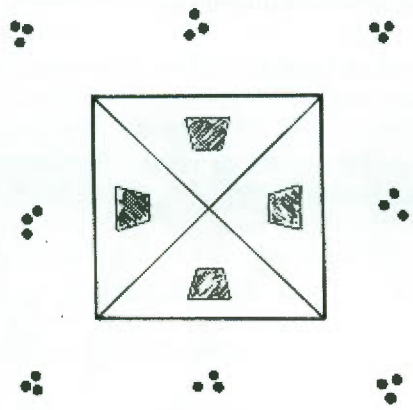
FASE PROVINCIAL DE SORIA
4º E. S. O

PROBLEMA 1

LA RECOLECCIÓN.

En medio de una enorme plantación se levanta la casa del propietario, de manera que puede ver cada punto de su propiedad desde las cuatro buhardillas situadas a los lados del tejado.

Desde cada ventana de las buhardillas puede observar exactamente 3 cuadrillas de trabajadores, que a su vez constan de 3 trabajadores cada una; es decir, puede ver de una sola mirada a 9 trabajadores.



Un día deben ser contratados 2 nuevos trabajadores. El propietario de la plantación quiere, sin embargo, continuar teniendo la posibilidad de controlar a todos sus trabajadores desde las ventanas del tejado, esto es, ver desde cada ventana de las buhardillas a 9 trabajadores, dispuestos, a su vez, en un total de 3 cuadrillas de trabajo.

¿Podrá conseguirlo con una adecuada distribución de las cuadrillas de trabajo?.

Hacia finales de temporada, sin embargo, deben ser despedidos 6 trabajadores, puesto que las heladas han destruido una parte de la cosecha y el trabajo que todavía queda por hacer podrá llevarse a cabo con menos mano de obra.

¿Podrán seguir cubriéndose las columnas de trabajo de la plantación del modo que desea el propietario?.

PROBLEMA 2

EL CRISTAL

En una familia de 5 hermanos uno de ellos ha roto un cristal. Juan dice: *"Ha sido Hugo o Tomás"*; Hugo dice: *"No hemos sido ni Esteban ni yo"*; Tomás dice: *"Los dos están mintiendo"*; David dice: *" No, uno está diciendo la verdad pero el otro no"* ; Estaban dice: *"No, David, eso no es verdad"*.

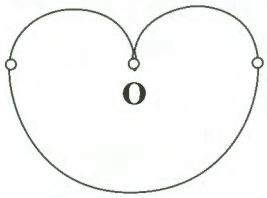
El padre, que es sincero, dice que 3 de sus hijos siempre dicen la verdad, pero que los otros dos no son de fiar.

¿Quién rompió el cristal?.

PROBLEMA 3

EL CORAZÓN

La siguiente figura esta formada por 3 semicírculos.



Entre las rectas que pasan por O:

3.1.- ¿Cuántas dividen su perímetro en dos partes iguales?

3.2.- ¿Cuántas dividen el área en dos partes iguales?

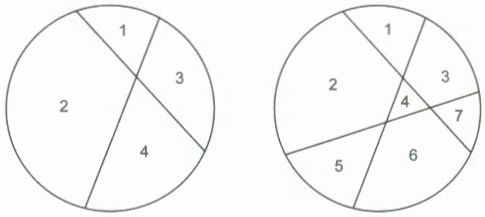
PROBLEMA 4

LA GRAN TARTA

Un grupo de amigos han conseguido una gran tarta para merendar. Mientras se la comen se les ocurre un problema matemático relacionado con los cortes y las regiones o trozos que los cortes producen en la tarta.

4.1.- ¿Cuál es el máximo número de regiones en las que queda dividida la tarta si damos 4 cortes?.
4.2.- ¿y si damos 6 cortes?.
4.3.- ¿y si son 20 cortes?.

4.4.- ¿Puedes realizar una conjetura o describir un procedimiento para saber el número máximo de trozos en el caso de un número n de cortes?.



2 cuerdas 3 cuerdas

FASE PROVINCIAL DE VALLADOLID
2º E. S. O

PROBLEMA 1

¿Qué operación has de realizar, en cada caso, para obtener resultado 1?

1 2 = 1
1 2 3 = 1
1 2 3 4 = 1
1 2 3 4 5 = 1
1 2 3 4 5 6 = 1
1 2 3 4 5 6 7 = 1
1 2 3 4 5 6 7 8 = 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 1

PROBLEMA 2

Calcula el valor de las letras que aparecen en el mensaje cifrado sabiendo que a cada letra le corresponde un valor distinto de 0 a 9.

$$ZOO^2 = TOPAZ$$

PROBLEMA 3

Dos albañiles se reparten en dos partes no exactamente iguales, pero parecidas 100 ladrillos. El primero los va disponiendo en hileras de 5 ladrillos, y el segundo los coloca en columnas de 7 ladrillos. Cuando terminan su montón, al primero le quedan dos ladrillos sin colocar, y al segundo le han sobrado 4. ¿Cómo se reparten los ladrillos?

PROBLEMA 4

Tienes que tapar un hueco que mide un metro de ancho por tres de largo. Sólo dispones de una tabla de madera de un metro y medio de ancho y dos de largo.

¿Cómo tendrás que cortar la madera en dos trozos que encajen perfectamente para formar otra tabla que se ajuste a las medidas del hueco?

FASE PROVINCIAL DE VALLADOLID
4º E. S. O

PROBLEMA 1

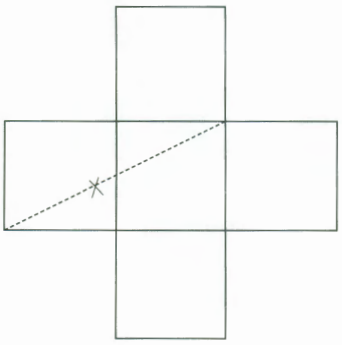
Sabemos que el cociente de dos números enteros es 13,28125. Encuentra esos números sabiendo que uno de ellos tiene dos cifras y el otro es menor que 500.

PROBLEMA 2

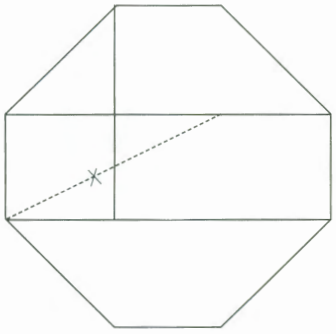
Rómulo y Remo son dos gemelos que van al colegio en un autobús diez veces más rápido que ellos. En la calle donde viven hay dos paradas de la misma línea de autobuses y, aunque viven juntos, Rómulo siempre sale hacia la parada del norte, que es la más cercana, y Remo lo hace a la vez hacia la parada del sur, en la misma dirección que el autobús. Curiosamente siempre llegan al colegio en el mismo autobús. Si Rómulo tarda nueve minutos en llegar a su parada. ¿Cuánto tiempo tarda Remo en llegar a la suya?

PROBLEMA 3

La cruz de la figura está formada por cinco cuadrados iguales. Calcula su área sabiendo que x = 10 cm.



Calcula el área del octógono construido a partir de la cruz, como se muestra en la figura.



PROBLEMA 4

Tres amigos: José, Antonio y Luis entraron en una tienda de regalos en Roma con sus mujeres: María, Carmen y Ana. Cada una de las seis personas pagó por cada uno de los objetos que compró tantos euros como el número total de objetos que adquirió.

Si cada hombre gastó 48 euros más que su mujer, José compró nueve objetos más que Carmen, y Antonio siete más que María. ¿Quién está casado con quién y cuántos objetos compró cada uno?

FASE PROVINCIAL DE ZAMORA
2º E. S. O

PROBLEMA 1

LOS CONEJOS Y EL GRANJERO

Un granjero que tenía conejos en semilibertad, decidió marcar 20 conejos que posteriormente soltó. Pasado un tiempo volvió a capturar 20 conejos y observó que 5 de los 20 conejos capturados ya estaban marcados. ¿Cuál es el número más probable de conejos dentro de la granja?

PROBLEMA 2

SIN TIEMPO PARA LA ESCUELA

"Pero no tengo tiempo para la escuela", explicaba Juanito al director. "Duermo ocho horas diarias que, sumadas, dan 122 días por año, suponiendo que cada día es de 24 horas. No hay clases los sábados ni los domingos, que suman 104 días por año. Tenemos 60 días de vacaciones de verano. Necesito 3 horas diarias para comer.... esto es más de 45 días al año. Y necesito al menos dos horas diarias de recreo... que suman más de 30 días al año.

Juanito escribió estas cifras mientras hablaba, después sumó todos los días. La suma daba 361.

Sueño (8 horas diarias)	122 días
Sábados y Domingos	104 días
Vacaciones de verano	60 días
Comidas (3 horas diarias)	45 días
Recreo (2 horas diarias)	30 días
Total	361 días

"Ya ve", comentó Juanito; "eso me deja tan sólo 4 días para estar enfermo y en cama, y ni siquiera he tomado en cuenta los 7 días festivos escolares que tenemos cada año".

El director se rascó la cabeza.

"Algo no anda bien aquí".

Por más que se esforzó no pudo encontrar nada equivocado en las cifras de Juanito.

¿Puedes explicar dónde está el error?

PROBLEMA 3

El problema número 3 es el mismo que el problema número 4 de la prueba de 4º E.S.O.

PROBLEMA 4

EL TRIÁNGULO Y LA CIRCUNFERENCIA

Halla el área y el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles inscrito en una circunferencia de 10 cm de radio.

FASE PROVINCIAL DE ZAMORA
4º E. S. O

PROBLEMA 1

CANTIDADES QUE TERMINAN EN CEROS

5!= 5·4·3·2·1=120, es decir, el resultado de multiplicar 5 por cada uno de los otros cuatro números naturales que le preceden. De la misma forma, 10!=10·9·8·7·6·5·4·3·2·1=3628800.

¿Sabrías decir en cuántos ceros termina 50!? ¿Y 100!?

PROBLEMA 2

EL TRIÁNGULO Y LA CIRCUNFERENCIA

Halla el área de un triángulo rectángulo isósceles circunscrito a una circunferencia de 20 cm de diámetro

PROBLEMA 3

O TODO O NADA

Pedí prestados 32000 € a unos gansters. Mañana se cumple el plazo y debo devolvérselos porque, en caso contrario, mi vida corre peligro. En este momento sólo tengo 1000 €. Puedo conseguirlos jugando a doble o nada. Me decido por una estrategia audaz: en cada jugada apuesto todo lo que tengo. ¿Qué probabilidad tengo de conseguir los 32000 €?

PROBLEMA 4

¿QUÉ HORA ES?

Miro mi reloj. A partir de ahora, la aguja de las horas va a tardar justo el triple de tiempo que el minutero para llegar al número 4 ¿Qué hora es?

FASE REGIONAL (ZAMORA)
2º E. S. O

PROBLEMA 1

EL OBRERO EXPLOTADO

Un obrero fabrica cierto lote de piezas en 12 días trabajando 7 horas diarias, de las cuales ha de dedicar cada día una hora para la preparación de herramientas. Un empresario quiere que el lote de piezas esté listo en 10 días. ¿Cuántos minutos más deberá trabajar cada día el obrero para cumplir su objetivo?

SOLUCIÓN

Para fabricar el lote de piezas en 12 días el obrero trabaja un total de 12·7=84 horas, de las cuales sólo dedica 72 a fabricar las piezas (las otras 12 las dedica a preparar las herramientas).

Si el trabajo lo tiene que realizar en 10 días, dedicará un total de 82 horas (72 horas a fabricar las piezas y 10 horas, una por cada día de trabajo, a preparar las herramientas).

82:10=8'2=8 horas y 12 minutos diarios debe trabajar (0,1 horas = 6 minutos). En consecuencia, cada día debe trabajar 1 hora y 12 minutos más.

PROBLEMA 2

TRUEQUES

En una tribu india del Amazonas, donde todavía subsiste el trueque, se tienen las siguientes equivalencias de cambio:

·Un collar y una lanza se cambian por un escudo.
·Una lanza se cambia por un collar y un cuchillo.
·Dos escudos se cambian por tres cuchillos.
¿A cuántos collares equivale una lanza?

SOLUCIÓN

C+L = E
L = C+Cu
2E = 3Cu

Por lo tanto,
3L = 3C+3Cu = 3C+2E = 3C+2C+2L $\Rightarrow$ L = 5C

Es decir, una lanza equivale a 5 collares

PROBLEMA 3

CÍRCULOS DE COLORES

En una bolsa se introducen 3 cuadrados de cartulina del mismo tamaño. En uno de ellos se ha dibujado un círculo rojo en cada cara; en el segundo se ha dibujado un círculo azul en cada cara y en el tercero se ha dibujado un círculo azul en una cara y uno rojo en la otra. Al extraer un cuadrado vemos un círculo rojo, ¿Qué color es más probable que aparezca en la cara posterior? ¿Y si el círculo que vemos es azul?

SOLUCIÓN

Numeramos cada uno de los círculos:
-Los círculos 1 y 2 son los circulos rojos del 1er cuadrado.
-Los círculos 3 y 4 son los círculos azules del 2º cuadrado.
-El círculo 5 es el círculo rojo del 3er cuadrado y el 6 el círculo azul del 3er cuadrado.

Como vemos un círculo rojo, existen tres posibilidades:
1. Si vemos el círculo número 1, detrás tendrá el número 2, que es rojo.
2. Si vemos el círculo número 2, detrás tendrá el número 1, que es rojo también.
3. Si vemos el círculo número 5, detrás tendrá el número 6, que es azul.

Es decir, al ver un círculo rojo hay dos casos en los que detrás hay otro círculo rojo y sólo uno en el que detrás hay un círculo azul. Por lo tanto es más probable que en la cara posterior aparezca un círculo rojo (concretamente, la probabilidad de que aparezca un círculo rojo es 2/3 y la de que aparezca uno azul es 1/3).

Razonando de la misma manera, si el círculo que vemos es azul, es más probable que en la cara posterior aparezca otro círculo azul.

PROBLEMA 4

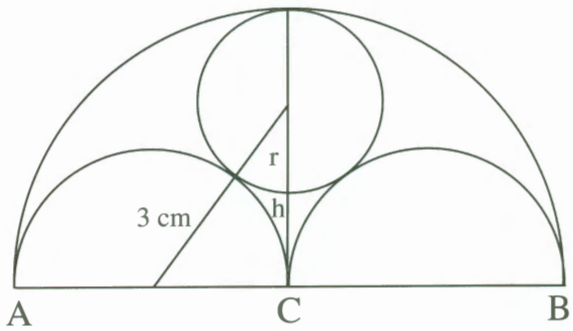
LA CIRCUNFERENCIA TANGENTE

Sea C el punto medio del segmento AB. Se trazan tres semicircunferencias tomando AB, AC y CB respectivamente como diámetros. Halla el radio de la circunferencia tangente a las tres semicircunferencias anteriores sabiendo que el segmento AB mide 12 cm.

SOLUCIÓN

Si llamamos "r" al radio pedido, por Pitágoras tenemos que: $3^2 + (h+r)^2 = (3+r)^2$

Como $2r+h = 6$, resulta que $h = 6-2r$; por lo tanto, $9+(6-r)^2=(3+r)^2$; $9+36+r^2-12r = 9+r^2+6r$; $36 = 18r$; $r = 2$



FASE REGIONAL (ZAMORA)
4º E. S. O

PROBLEMA 1

SUMANDO CUBOS

Demuestra que la suma de los cubos de 3 números enteros consecutivos es múltiplo de 9.

SOLUCIÓN

$$(x-1)^3+x^3+(x+1)^3 =$$

$$= x^3-3x^2+3x-1+x^3+x^3+3x^2+3x+1 =$$

$$= 3x^3+6x = 3x\cdot(x^2+2) = 3x\cdot(x^2-1+3) =$$

$$= 3x\cdot[(x-1)\cdot(x+1)+3)]$$

Esta última expresión es múltiplo de 3, ya que uno de sus factores es 3. Si x es también múltiplo de 3, dicha expresión será múltiplo de 9. Pero si x no es múltiplo de 3, lo será (x+1) ó (x-1), ya que en tres números enteros consecutivos siempre hay un múltiplo de 3, y en este caso el factor $[(x-1)\cdot(x+1)]$ será múltiplo de 3, con lo que la expresión $3x\cdot[(x-1)\cdot(x+1)+3]$ es múltiplo de 9.

PROBLEMA 2

HACIENDO FOOTING

Ana y María se disponen a hacer footing en un circuito circular. Las dos salen a las 8 horas de la mañana del mismo punto del circuito, pero Ana corre en el mismo sentido de las agujas del reloj y María en sentido contrario. A las 10 horas de la mañana las dos acaban a la vez en el mismo punto del que habían salido después de que Ana haya dado 10 vueltas al circuito y María 14 vueltas. ¿Cuántas veces se cruzaron durante el recorrido?

SOLUCIÓN

De cada 24 vueltas que dan entre las dos al circuito, 14 las da María y 10 Ana. Por lo tanto, de cada vuelta que dan entre las dos al circuito María da $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$ de vuelta, y Ana $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

Es decir, las dos amigas se cruzan cada vez que María da $\frac{7}{12}$ de vuelta o Ana da $\frac{5}{12}$ de vuelta.

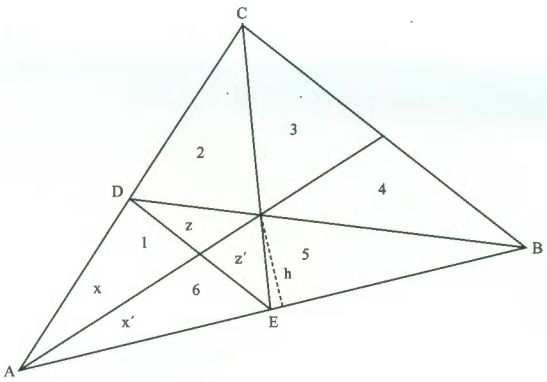
En consecuencia, el número de veces que se cruzan es: $14:\frac{7}{12}=\frac{14\cdot 12}{7}=24$ veces o $10:\frac{5}{12}=\frac{10\cdot 12}{5}=24$ veces

PROBLEMA 3

LAS MEDIANAS

Si se trazan las tres medianas de un triángulo se generan 6 triángulos de igual superficie. Compruébalo.

SOLUCIÓN



Los triángulos 5 y 6 tienen la misma superficie ya que su altura es la misma (h) y su base es igual (la mitad del lado AB).

Razonando de manera análoga, se concluye que los triángulos 3 y 4 tienen la misma superficie y los triángulos 1 y 2 también tienen la misma superficie.

Por otro lado, trazando el segmento DE, los triángulos 1 y 6 quedan divididos a su vez en otros dos triángulos x y z y x´ y z´ respectivamente. Los triángulos x y x´ tienen la misma superficie porque su altura es la misma y su base igual (el segmento DE queda dividido en dos partes iguales por la mediana del lado BC). De la misma manera se demuestra que los triángulos z y z´ tienen la misma superficie. Por lo tanto, los triángulos 1 y 6 tienen la misma superficie.

Razonando de manera análoga se concluye que los triángulos 2 y 3 tienen igual superficie y los triángulos 4 y 5 también tienen igual superficie.

En consecuencia, los 6 triángulos tienen la misma superficie entre sí, pues A(6)=A(5)= =A(4)=A(3)=A(2)=A(1)

PROBLEMA 4

¿QUIÉN CENA GRATIS?

Juan y Sofía apuestan una cena. Para ello un amigo de ambos ha preparado 6 sobres, uno de los cuales contiene en su interior una tarjeta negra y los otros cinco una tarjeta verde cada uno. Empieza Juan eligiendo un sobre; si en su interior está la tarjeta negra será Juan quien pague la cena. En caso contrario, el sobre elegido por Juan se retira y a continuación Sofía elige otro sobre de los cinco restantes. Si contiene la tarjeta negra será Sofía quien pague la cena, pero si contiene una tarjeta verde se retira el sobre y continua el juego en las mismas condiciones, hasta que uno de los dos elija el sobre con la tarjeta negra y sea el perdedor. ¿Quién de los dos tiene más probabilidad de ganar? ¿Ocurriría lo mismo si en lugar de jugar con 6 sobres se jugara con 5 y una sola tarjeta negra?.

SOLUCIÓN

La probabilidad de que Juan elija el sobre con tarjeta negra en su primer intento es $\frac{1}{6}$.

La probabilidad de que Sofía elija el sobre con tarjeta negra suponiendo que Juan en su primer intento haya elegido un sobre con tarjeta verde es

$$\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

La probabilidad de que Juan elija el sobre con tarjeta negra en su segundo intento es $\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1}{6}$

(Probabilidad de elegir el sobre con la tarjeta negra cuando sólo quedan cuatro sobres por la probabilidad de que ninguno de los dos lo haya elegido en el primer intento).

La probabilidad de que Sofía elija el sobre con tarjeta negra en su segundo intento suponiendo que ninguno de ellos lo haya elegido ya es

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{6}$$

La probabilidad de que Juan elija el sobre con tarjeta negra en su tercer intento $\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

(Probabilidad de elegir el sobre con la tarjeta negra cuando sólo quedan dos sobres por la probabilidad de que ninguno de los dos lo haya elegido en sus anteriores intentos).

La probabilidad de que Sofía elija el sobre con tarjeta negra en su último intento suponiendo que ninguno de ellos lo haya elegido ya es

$$1\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

La probabilidad de que Juan elija el sobre con tarjeta negra es $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

La probabilidad de que Sofía elija el sobre con tarjeta negra es $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Los dos tienen la misma probabilidad de ganar.

Si se jugara con 5 sobres, razonando de la misma forma, la probabilidad de que Juan perdiera sería $\frac{3}{5}$ y la de que perdiera Sofía sería $\frac{2}{5}$

Esta última tendría más probabilidad de ganar.

FASE REGIONAL (ZAMORA)
PRUEBA POR EQUIPOS

Nos encontramos en las afueras de la catedral de Miranda de Duero. Observad el entorno y realizad las mediciones que estiméis oportunas para poder llevar a cabo las siguientes actividades:

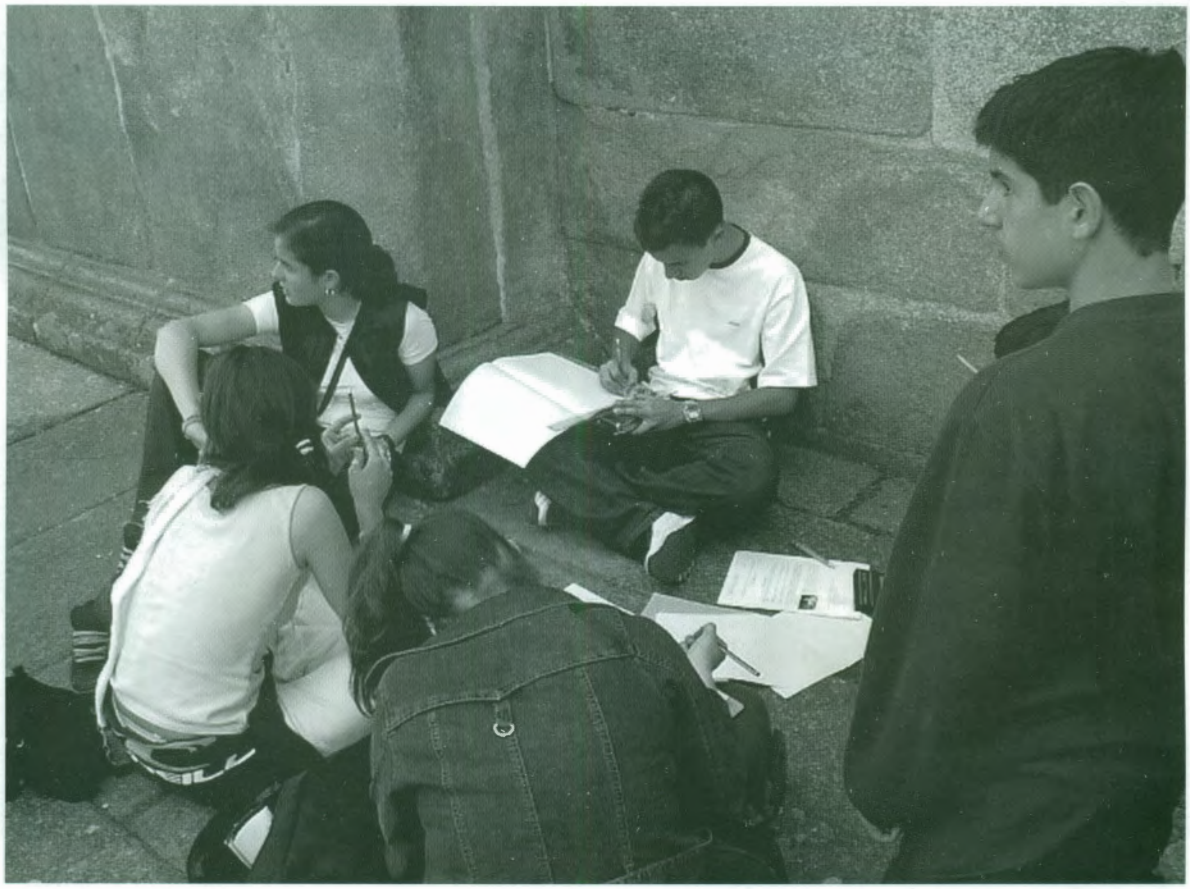
1.- Realizad un plano de la planta de la catedral lo más exacto posible, indicando la escala a la que lo realizáis.

2.- Hallad la altura de la torre izquierda (según miráis de frente) de la fachada principal. Explicad el método que habéis utilizado.

3.- Teniendo en cuenta que el ángulo de inclinación del tejado es de 30º, hallad la cantidad de agua procedente del mismo que se puede recoger a través de los canalones en un aljibe subterráneo de forma cilíndrica de 6 m de radio de la base y 5 m de altura un día de lluvia en el que han caído 6 l/m² (esperemos que ese día no sea hoy).

Para llevar a cabo las actividades se dispone del siguiente material:

- Cintas métricas.
- Juegos de regla, escuadra y cartabón.
- Bastones medidores.
- Escuadras medidoras.
- Espejos.
- Odómetro.
- Papel cuadriculado.
- Palos.



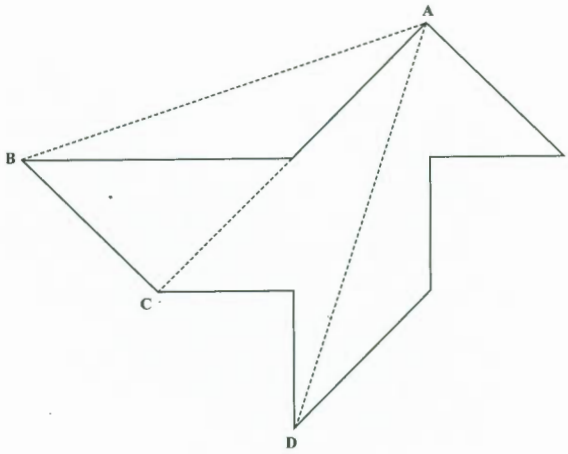
FASE REGIONAL (ZAMORA)
PRUEBA POR PAREJAS

Después de explicarle a los participantes cómo se contruye una pajarita, se les propuso la siguiente prueba:

Observad la pajarita que acabáis de construir. Suponiendo que la base de la pajarita fuese de 1m de lado, resolved las siguientes cuestiones:

1.- Hallad la superficie de la silueta de la pajarita.

2.- Hallad las distancias $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ Y $\overline{AD}$



EL OTRO LADO DE LA OLIMPIADA

Aún recordamos cuando nuestro profesor nos comentó que podríamos apuntarnos a las Olimpiadas de Matemáticas. Lo primero que pensamos fue "éste no sabe ni lo que dice", pero como era algo nuevo acabamos yendo. Comenzamos con la fase provincial. Nos acercamos a hacer una prueba y luego nos dieron algo de picar. Más tarde nos invitaron a una comida en un restaurante, así que por lo menos teníamos alguna recompensa. Unas semanas después nos llamaron diciéndonos que nos habíamos clasificado para las regionales. Entonces ya sí que no nos lo podíamos creer. El ver nuestro nombre en una placa nos causó una gran ilusión.

Quizás lo peor de cuando nos dieron esta noticia fue que iban a ser en nuestra ciudad, Zamora. Un sitio que ya conocíamos y, de hecho pensábamos que no nos lo pasaríamos tan bien como si hubiesen sido en otro sitio.

La mañana empezó con la preparación de las maletas para ir al hotel. Cuando llegamos empezamos a ver a muchas personas. Casi no lo podíamos creer. Era una competición de matemáticas, pero no lo parecía. Dejamos nuestro equipaje en la habitación y bajamos para empezar con las presentaciones.

Después de las mismas, comenzaron las pruebas. Se basaban en resolver algunos problemas de matemáticas en un tiempo determinado. Al acabarlos, salíamos al pasillo a comentarlos. Y era en ese momento cuando nos dábamos cuenta de si lo teníamos bien, o no, al escuchar las opiniones de los demás. Cuando todos acabaron los problemas dimos una vuelta por la ciudad y más tarde volvimos al hotel para cenar. Después de todo esto, ya por la noche, tuvimos más juerga, a pesar de nuestro cansancio.

Al día siguiente, fuimos a Portugal. Realizamos una excursión por los Arribes del Duero, y en Miranda Do Douro hicimos una prueba muy divertida, en la que nos dividieron por grupos de 6. Esa fue la mejor, ya que nos reímos todo lo que quisimos y más. Durante ese fin de semana coincidieron partidos de España del mundial de Corea. De vuelta a Zamora escuchamos uno en el autobús y cantamos sus goles. Fue genial. Y el otro fue el domingo, el ultimo día, que nos coincidió en la comida. Uno de los chicos, que tenía una radio, era el que nos avisaba, entonces todo el comedor del hotel gritaba ¡¡gol!!.

No nos desviaremos del tema. Como iba diciendo, esa noche al llegar de Portugal fuimos a una discoteca. No pudimos divertirnos más, ya que cuando salimos de allí, a las tantas, todavía seguimos con juerga (así estábamos por la mañana), claro que más de uno no se acostó. El caso es que todo fue tan divertido como una excursión de fin de curso.

Reflexionando sobre todo esto nos damos cuenta de que no era como pensábamos. Fue una cosa divertida y repetiríamos si nos diesen otra oportunidad sin dudarlo un solo minuto. Lo de menos acabó siendo la competición y, quizás no haber llegado a la fase nacional. El resto fue lo realmente importante: la experiencia, la convivencia y el recuerdo.

Queremos recordar a los compañeros que vinieron de toda Castilla y León, a los que conocimos, y con los cuales pasamos un buen fin de semana, un fin de semana muy especial.

David Gallego, Javier Sánchez, Daniel Santos. Participantes en la X OLIMPIADA REGIONAL.

PARTICIPANTES EN LA X OLIMPIADA REGIONAL

BURGOS

Prof. Acompañante:
Ana Peña

2ºESO
Miguel de la Viuda González
Elsa Santamaría Munguía
Yaiza Hernández

4º ESO
Héctor Ortega Díez
Clara Granado
Victor Díez

SORIA

Prof. Acompañante:
Mª Angeles Gil Blanco

2º ESO
Francisco Javier del Río Huesa
Jorge Peñalba Llorente
Oscar Rodríguez Pascual

4º ESO
Marcos Calle Jaén
Javier Carracedo Cordobilla
Ignacio Díaz-Roncero Fraile

LEÓN

Prof. Acompañante:
María Jesús García Blanco

2º ESO
Adelaida Fernández Santos
Deibi López Rodríguez
María Vilela García

4º ESO
Juan Gabriel González Gutiérrez
David Moral Álvarez
Fernando Valverde Martínez

VALLADOLID

Prof. Acompañante:
Inmaculada Fernández

2º ESO
Pablo Arroyo Pereiro
Alberto Calles Cesteros
Pablo Varas Abril

4ºESO
Francisco Javier Hernández Heras
Roberto Herrán Martínez
Miguel Santos Herrán

SALAMANCA

Prof. Acompañante:
Ana Belén Cabello Pardos

2º ESO
Carlos Martín Martín
Luis A. Calvo Pascual
Cristina Rodríguez Visus

4º ESO
Mª Isabel Cordero Marcos
Javier Montejo Berlingen
Mª Luisa Valle Santiago

ZAMORA

Prof. Acompañante:
Carmen Pinilla Vaquero

2º ESO
Jessica Abadía Otero
Ricardo Pascual Gregorio
Javier Sánchez Iglesias

4º ESO
David Gallego Blázquez
Alvaro Riesco Salvador
Daniel Santos Blanco

Resaltados los representantes en la OLIMPIADA NACIONAL

sm LIBROSVIVOS•NET