Junta de Castilla y León

Asociación Castellana y Leonesa de Educación Matemática Miguel de Guzmán

INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN ESO Y BACHILLERATO. FUNDAMENTOS Y EJEMPLOS

Ávila, 5 de Febrero de 2011

Constantino de la Fuente Martínez

Instituto *Cardenal López de Mendoza*, Burgos
Sociedad Castellana y Leonesa de Educación Matemática *Miguel de Guzmán*

ESQUEMA DE LA SESIÓN

- Unos ejemplos para comenzar

- Fundamentación didáctica:
    - ¿Qué queremos conseguir?

- Fundamentación epistemológica:
    - ¿En qué nos basamos?

- Propuestas y ejemplos para el aula

- Vale; pero… ¿por dónde empezar?

ESQUEMA DE LA SESIÓN

- Unos ejemplos para comenzar

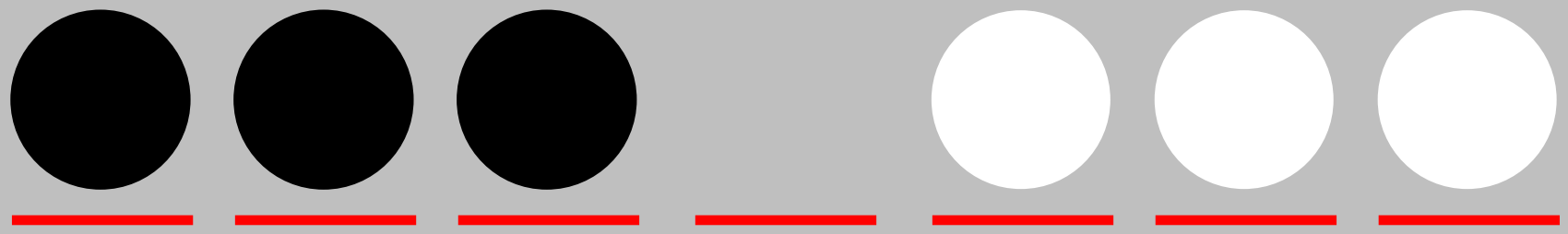
- Fundamentación didáctica:
    - ¿Qué queremos conseguir?

- Fundamentación epistemológica:
    - ¿En qué nos basamos?

- Propuestas y ejemplos para el aula

- Vale; pero… ¿por dónde empezar?

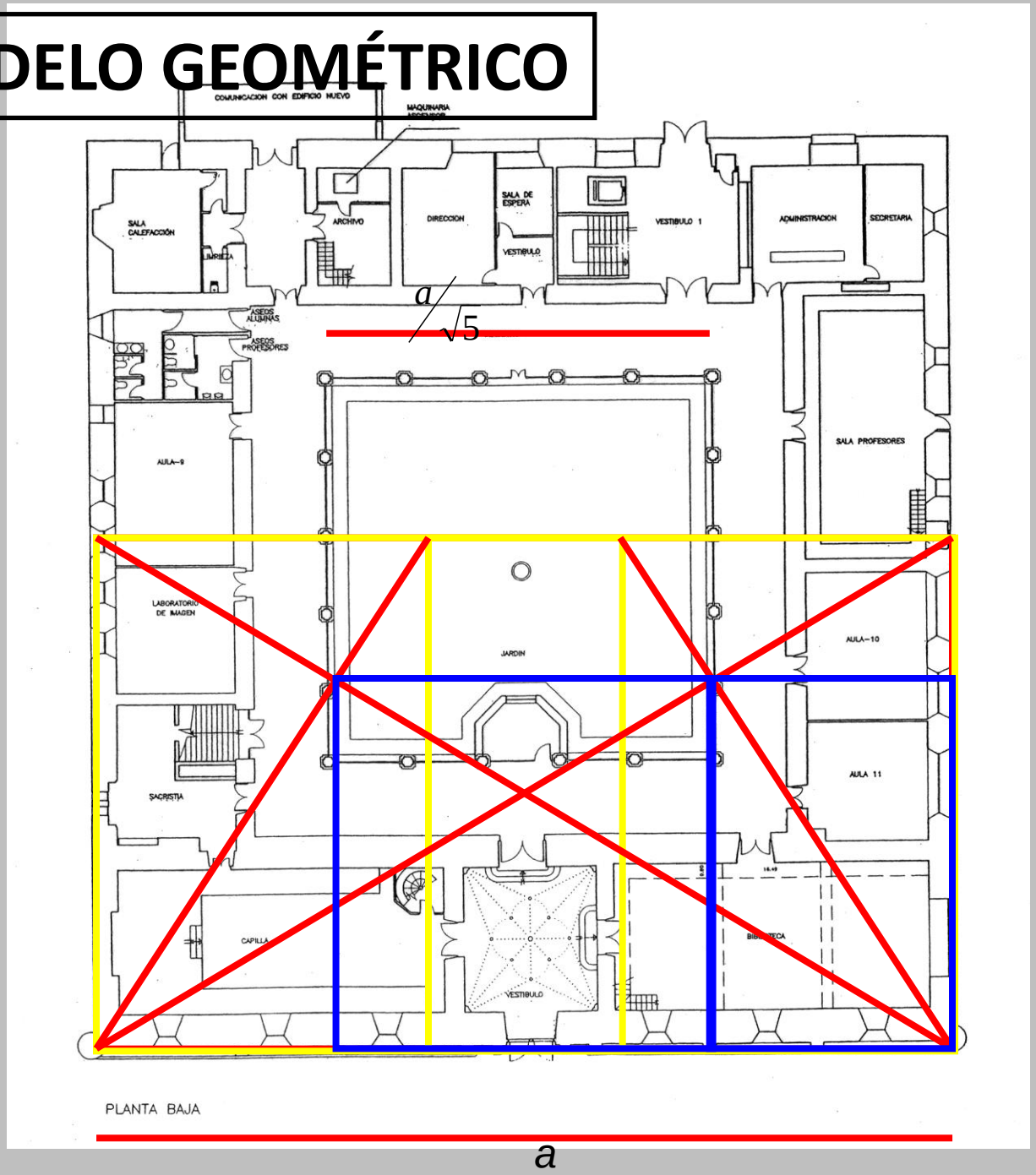
UN MODELO ALGEBRAICO



Nº de fichas a cada lado	Nº de movimientos
2	8
3	15
…	…
n	n^2+2n
n, p	n.p+n+p

Nº de fichas a cada lado y Nº de huecos	Nº de movimientos
n, p; h	n.p+(n+p).h

UN MODELO GEOMÉTRICO



MODELO CONTINUO PARA PROBLEMA DISCRETO

"Buttner les había mandado sumar todas las cifras del uno al cien [...].

Cinco mil cincuenta.

¿Qué? [...]

Gauss no entendía su reacción. Cien más uno daba ciento uno, noventa y nueve más dos daba ciento uno[...]. Siempre ciento uno. Y así cincuenta veces.

Buttner calló. Cincuenta por ciento uno eran cinco mil cincuenta. Se frotó la nariz. Estaba a punto de echarse a llorar."

Daniel Kehlmann:
"La Medición del Mundo"

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{n-1}\int_0^{n-1}\left(a_1 + p.x\right)dx$$

Fórmula de Álvaro

$$S_n = \int_0^{n}\left(a_1 + p.x - \frac{p}{2}\right)dx$$

Fórmula de Alejandra

ESQUEMA DE LA SESIÓN

- Unos ejemplos para comenzar

- Fundamentación didáctica:
    - ¿Qué queremos conseguir?

- Fundamentación epistemológica:
    - ¿En qué nos basamos?

- Propuestas y ejemplos para el aula

- Vale; pero… ¿por dónde empezar?

OBJETIVOS

- Acercar a los estudiantes a los conocimientos matemáticos con un **enfoque metodológico diferente** al habitual, priorizando:

  ■ El planteamiento y resolución de problemas profundizando en su estructura.

  ■ El uso y la construcción de distintos modelos generales que explican y resituan lo conocido.

  ■ La búsqueda de relaciones y conexiones entre: a) el mundo real y el mundo matemático, b) entre diferentes contextos dentro del mundo de las matemáticas.

  ■ El carácter experimental y heurístico de las matemáticas.

- Mostrar a los estudiantes **el verdadero rostro de las matemáticas**, asumiendo en muchos momentos el papel de matemático investigador y desechando creencias erróneas sobre:

  - La naturaleza del conocimiento matemático, su origen, alumbramiento y estructura.
  - Los métodos de trabajo en matemáticas. Principales procesos: la particularización; la generalización; el uso de analogías; la búsqueda de regularidades, patrones y leyes generales; la construcción de modelos; la elaboración de conjeturas y demostraciones; la construcción de teorías.
  - Las características del quehacer matemático: intuición; cuestionamiento continuo; reflexión; perseverancia; esfuerzo intelectual.

- Mejorar, en lo posible, dos de los **puntos débiles de la actual educación matemática**:

-La falta de **preparación para el pensamiento creativo** (proceso de descubrimiento y creación).

-La falta de **práctica en la redacción científica** (comunicación de las ideas).

1. *Preparar a nuestros estudiantes para la invención*, incrementando el gusto por ella y *regando sus gérmenes inventivos.*

2. *Redactar documentos científicos, con estilo análogo al de los libros de matemáticas*, no como un trabajo escolar a modo de resumen de resultados (sin apenas explicaciones, que el profesor entiende y acepta).

ESQUEMA DE LA SESIÓN

- Unos ejemplos para comenzar

- Fundamentación didáctica:
    - ¿Qué queremos conseguir?

- Fundamentación epistemológica:
    - ¿En qué nos basamos?

- Propuestas y ejemplos para el aula

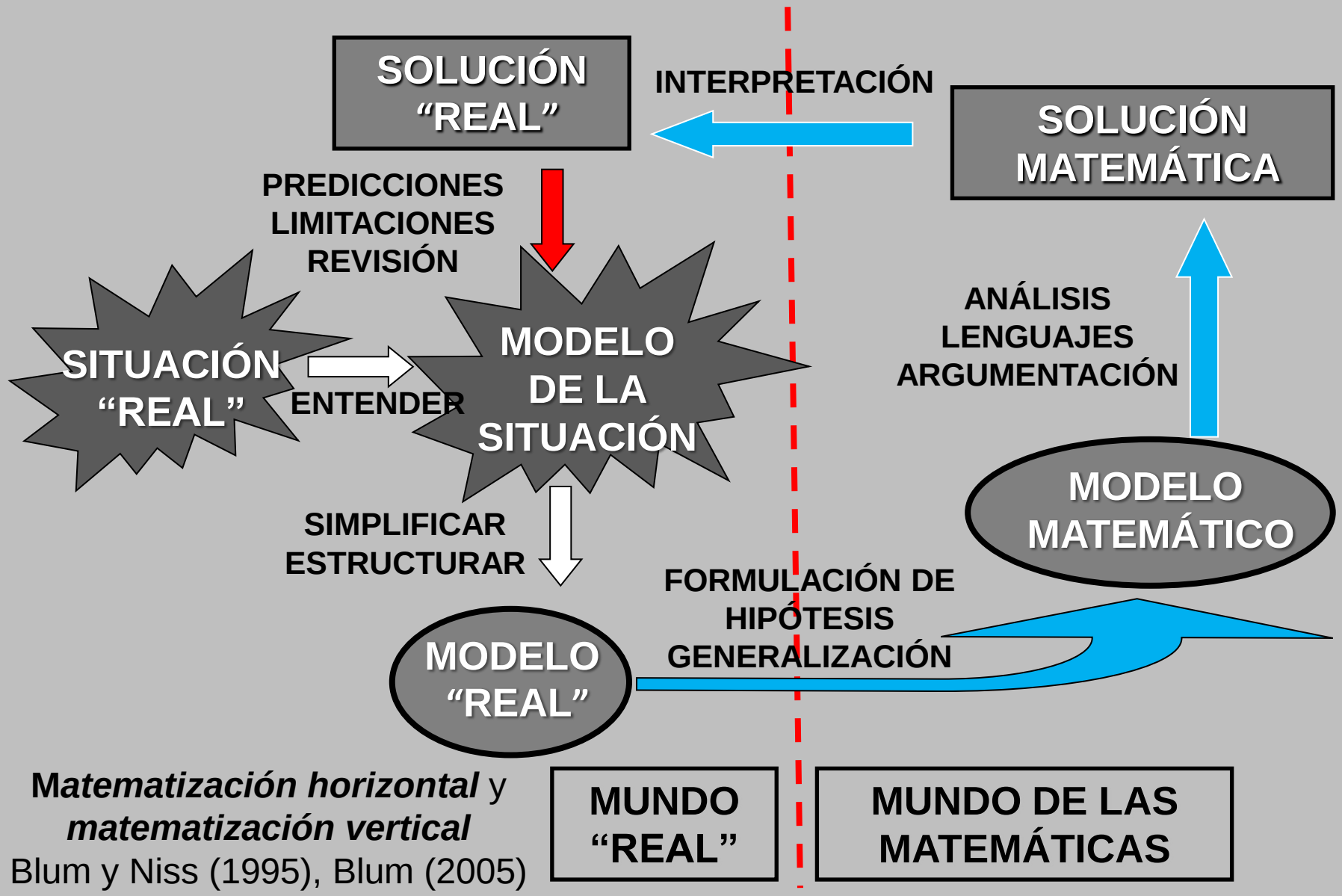
- Vale; pero… ¿por dónde empezar?

EL PROCESO DE MATEMATIZACIÓN

"El proceso fundamental que los estudiantes emplean para resolver problemas de la vida real se denomina matematización".

OCDE, MEC, INECSE:
"Marcos Teóricos de PISA 2003"

EL PROCESO DE MATEMATIZACIÓN



Matematización horizontal y ***matematización vertical***
Blum y Niss (1995), Blum (2005)

MATEMATIZACIÓN Y MODELOS MATEMÁTICOS

"Un modelo matemático es cualquier sistema completo y compatible de ecuaciones matemáticas, diseñadas para que se correspondan con alguna otra entidad. Tal prototipo puede ser una entidad física, biológica, social, psicológica o conceptual; tal vez, incluso, otro modelo matemático."

"El término ecuaciones puede ser reemplazado por el de ***estructuras*** *pues no siempre se trabaja con modelos numéricos."*

P. J. Davis y R. Hers:
"Experiencia Matemática"

¿Se puede explicar el arco mediante un modelo matemático? ¿Qué proporciones guardan las distintas partes del arco?

MATEMATIZACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

"Es notablemente evidente el éxito de este enfoque [la matematización]. *No obstante, la matematización aparece como una vía de sentido único: desde lo cotidiano a lo académico. Propongo considerar otra idea que podría resultar importante cuando se trate de conectar significativamente lo académico con lo cotidiano: la noción de contextualización. La contextualización va en sentido opuesto de la matematización, pero la complementa. Así, para dar significado a un problema presentado con vestido académico, se puede recordar, imaginar o, incluso, construir un contexto, de manera tal que las particulares características contextuales sirvan de andamio y ampliación de las matemáticas relativas a dicho problema."*

Abraham Arcavi:
Everyday and Academic Mathematics in the Classroom.

Dadas n rectas, calcular el número máximo de puntos de corte entre ellas.

Contextualizaciones personales:

- Las calles de una población son líneas rectas, tan largas como se quiera. En cada cruce de calles se pone un juego de semáforos. ¿Cuál es el número máximo de juegos de semáforos, en función del número de calles? ¿Cuántas manzanas de casas habrá en ese caso?

- Problema de los cortes verticales en una tarta

MATEMATIZACIÓN
Y PROCESO DE CREACIÓN Y DESCUBRIMIENTO (1)

"El aspecto más importante del descubrimiento matemático (contrariamente a la imagen habitual que se tiene de la demostración como el núcleo de las matemáticas) es la construcción de nuevos conceptos, uno detrás de otro, generalizando cada vez algún aspecto de los anteriores. Por supuesto, cada construcción tiene propiedades que no pueden ser controladas, sino tan sólo descubiertas, en este sentido las matemáticas combinan la invención y el descubrimiento.

“La mayor parte de los nuevos conceptos se producen mediante ciertos tipos de recetas no escritas que todos los matemáticos entienden intuitivamente, y que normalmente se pueden caracterizar por gloriosos giros del botón; esto es, partir de un fenómeno familiar, encontrarle algún aspecto que hasta ahora había permanecido fijo (éste sería el botón) convertir explícitamente este aspecto en una variable, y ver qué sucede cuando toma valores distintos del habitual.”

Analogías con fluidos y la creatividad humana.
Douglas R. Hofstadter,
en *“Sobre la imaginación científica.*
Qué es, cómo nace, cómo triunfa una idea”.

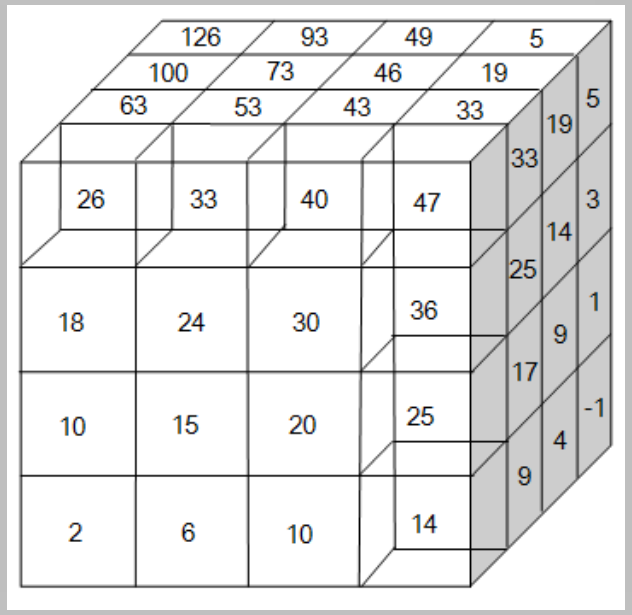
SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA P.A. EN EL ESPACIO:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

a_1	...					a_n

52	82	112	142	172
39	**74**	109	144	179
26	66	106	146	**186**
13	58	**103**	148	193
0	50	100	150	200

$$S_{n,m} = \frac{n.m}{4}(a_{1,1} + a_{n,1} + a_{1,m} + a_{n,m})$$



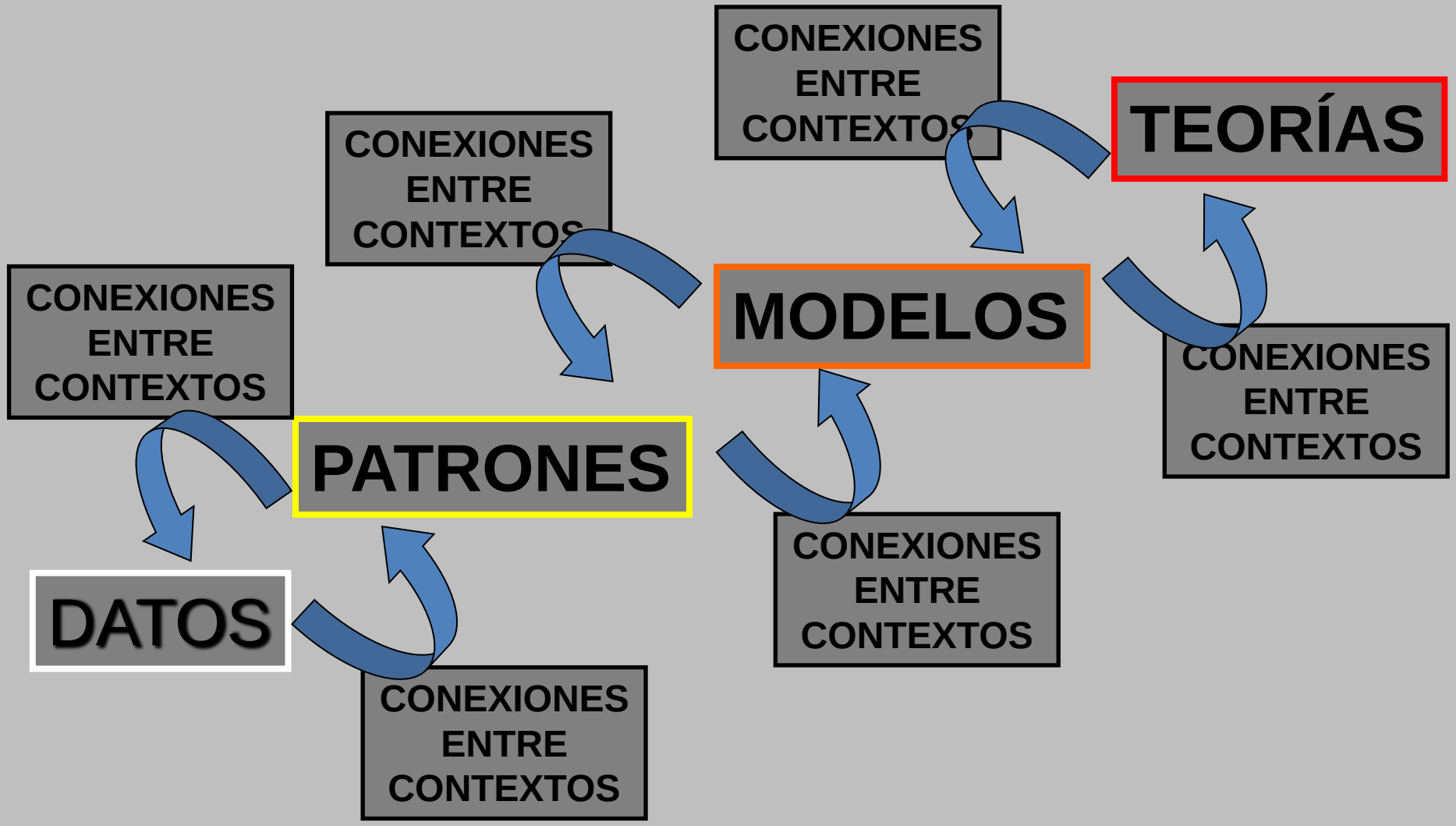
$$S_{n,m,p} = \frac{n.m.p}{8}(a_{1,1,1} + a_{n,1,1} + a_{1,m,1} + a_{1,1,p} + a_{n,m,1} + a_{n,1,p} + a_{1,m,p} + a_{n,m,p})$$

MATEMATIZACIÓN
Y PROCESO DE CREACIÓN-DESCUBRIMIENTO (2)

"Los nuevos objetos sólo llegan a serlo si el mundo de los objetos y relaciones anteriormente existentes encaja dentro de lo nuevo. En la actividad del matemático, su alumbramiento requiere una familiaridad previa con el universo de relaciones con el que trabaja, y su aportación consiste precisamente en ofrecer la explicitación de nuevas ***conexiones****, nuevos* ***niveles de abstracción*** *desde los que resituar lo ya conocido."*

Camino Cañón:
"La Matemática, creación y descubrimiento"

TIPOS DE INVESTIGACIONES Y NIVELES DE COMPLEJIDAD



ESQUEMA DE LA SESIÓN

- Unos ejemplos para comenzar

- Fundamentación didáctica:
    - ¿Qué queremos conseguir?

- Fundamentación epistemológica:
    - ¿En qué nos basamos?

- Propuestas y ejemplos para el aula

- Vale; pero… ¿por dónde empezar?

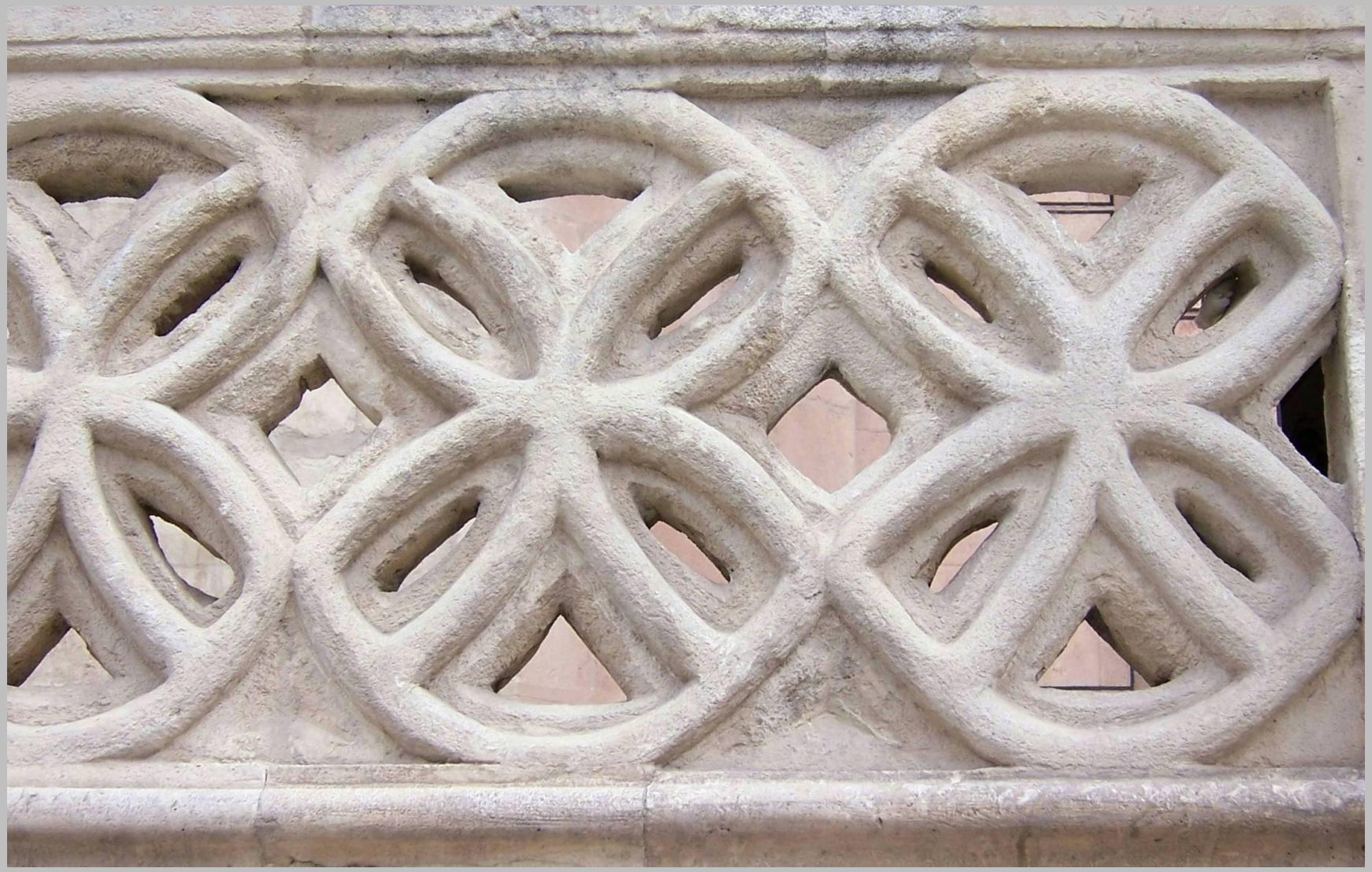
UN EJEMPLO
DE MATEMATIZACIÓN:

LA BÚSQUEDA DE REGULARIDADES
Y PATRONES NUMÉRICOS

"La lectura de ese tratado le hizo reflexionar sobre la perfección de las figuras geométricas y la presunta irracionalidad y contradicción de que las medidas más perfectas, como el círculo, la diagonal de un cuadrado o la extensión infinita de la proporción áurea, eran precisamente las más fáciles de dibujar."

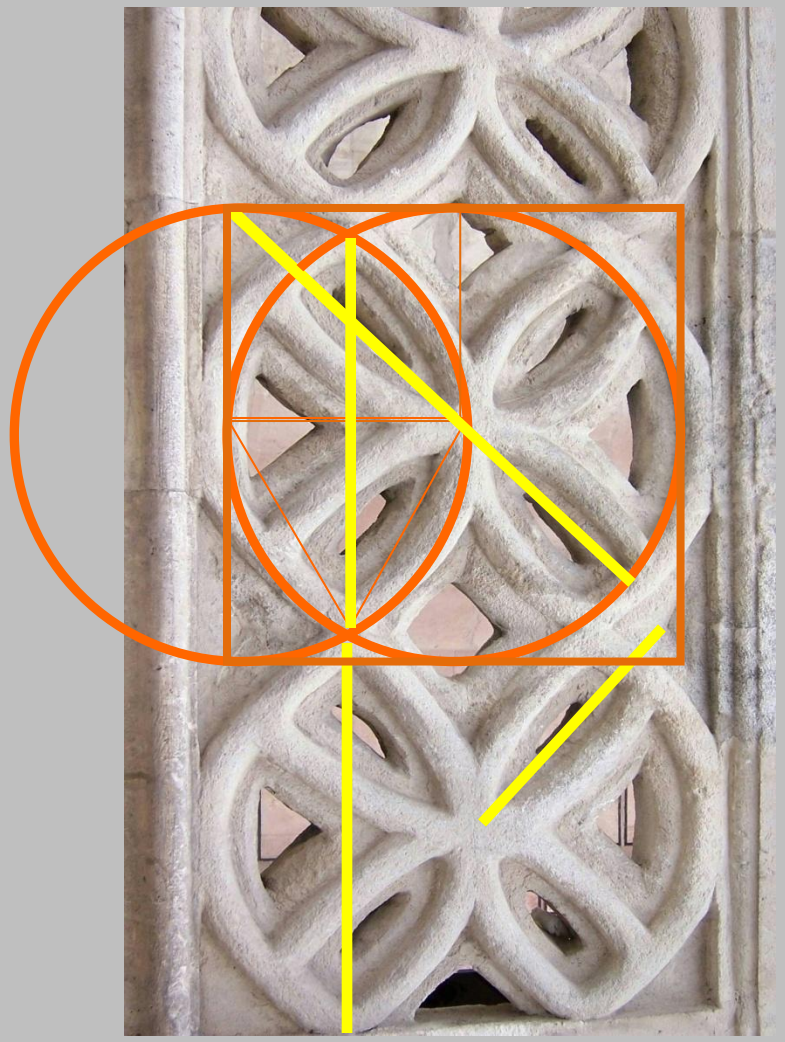
José Luís Corral: *El Número de Dios*
(pág. 368).

Números dinámicos



NÚMEROS DINÁMICOS

$$\sqrt{2},\quad \sqrt{3},\quad 1+\sqrt{2}$$



¿Cómo describir su extraordinaria belleza?

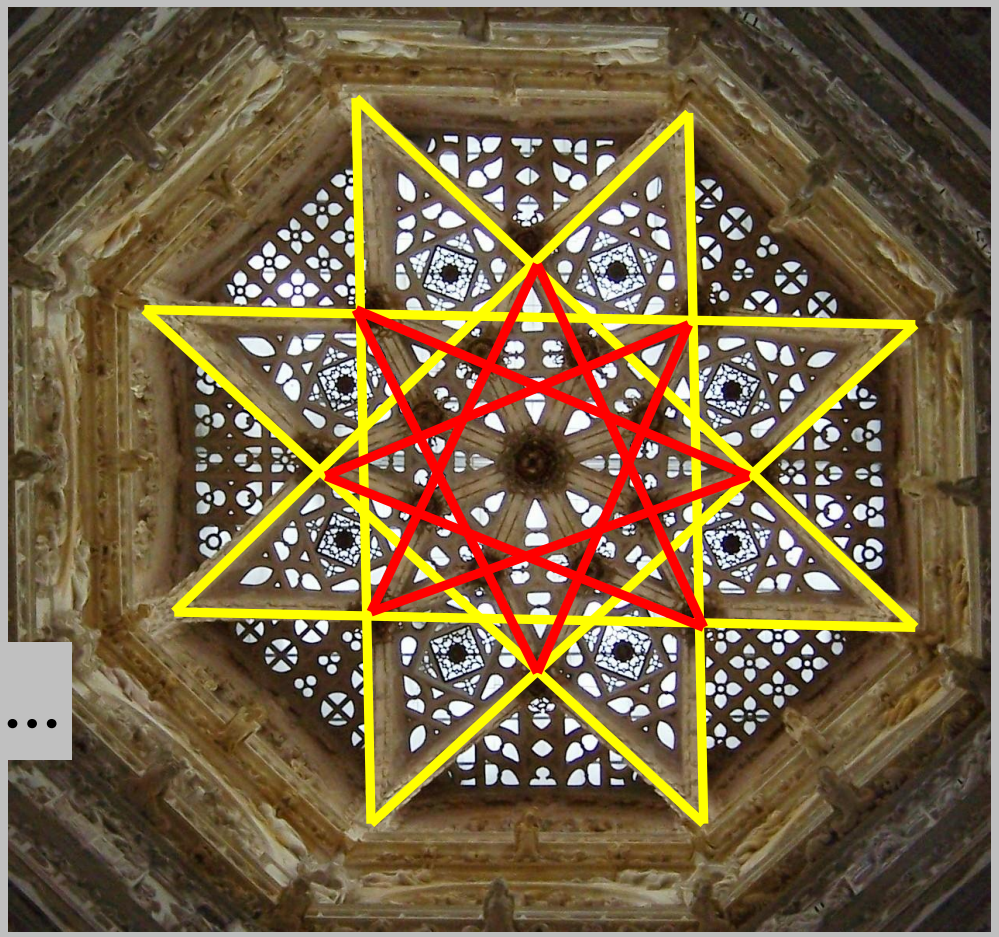
UNA SECUENCIA DEL RITMO DE CRECIMIENTO:

4, 4, 8, 4, 4, 8, 4, 4, 8, …

$$\theta = 1 + \sqrt{2}$$

LADOS DE OCTÓGONOS REGULARES:

$$\sqrt{2},\ \theta\sqrt{2},\ \theta^2\sqrt{2},\ldots$$



LADOS DE OCTÓGONOS ESTRELLADOS:

$$3\theta + 1,\ 3\theta^2 + \theta,\ 3\theta^3 + \theta^2,\ldots$$

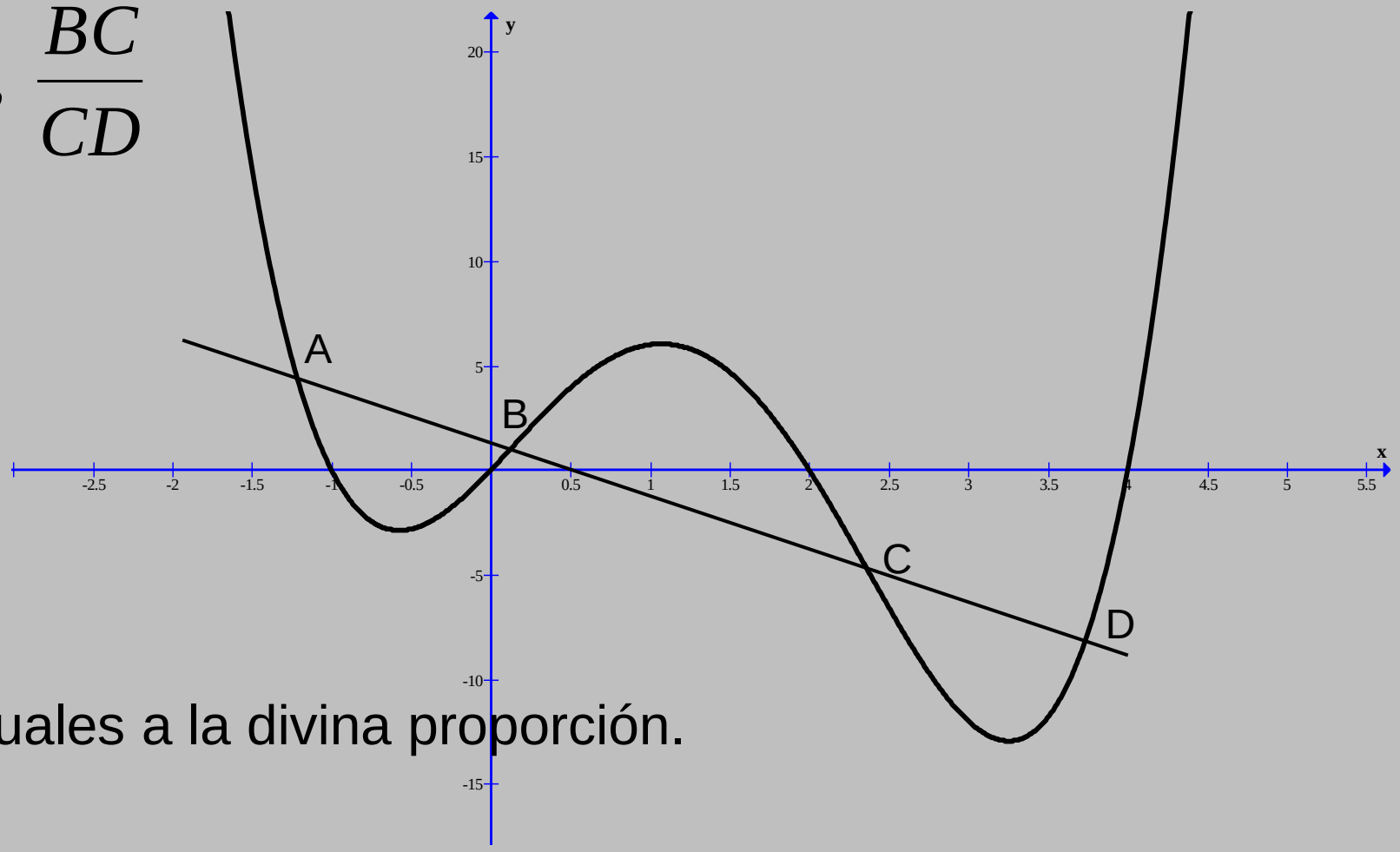
LADOS DE CUADRADOS:

$$\theta + 1,\ \theta^2 + \theta,\ \theta^3 + \theta^2,\ \theta^4 + \theta^3,\ldots$$

UN PATRÓN NUMÉRICO

Si B y C son los puntos de inflexión de la función polinómica de cuarto grado, con forma de W, las razones

$$\frac{BC}{AB}, \frac{BC}{CD}$$



son iguales a la divina proporción.

UN EJEMPLO DE CONSTRUCCIÓN DE UNA TEORÍA:

PROGRESIONES ARITMÉTICAS EN EL ESPACIO

¿Será posible rellenar los espacios vacíos del cuadrado con números enteros positivos, de modo que los números de cada fila y de cada columna formen progresiones aritméticas?

	74			
				186
		103		
0				

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

$30 \rightarrow$	52	82	112	142	172
$35 \rightarrow$	39	**74**	109	144	179
$40 \rightarrow$	26	66	106	146	**186**
$45 \rightarrow$	13	58	**103**	148	193
$50 \rightarrow$	**0**	50	100	150	200

$$\begin{array}{ccccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 13 & 8 & 3 & -2 & -7 \end{array}$$

$d_P = -5$ Diferencia de Priscila

Tenemos un conjunto de 221 números reales cuya suma es 110721. Los disponemos formando una tabla rectangular de modo que todas las columnas y la primera y última filas son progresiones aritméticas de más de un elemento. Probar que la suma de los elementos de las cuatro esquinas vale 2004.

Solución del problema:

$$\begin{pmatrix} a_{1,m} & a_{2,m} & \dots & a_{n,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \dots & a_{n,2} \\ a_{1,1} & a_{2,1} & \dots & a_{n,1} \end{pmatrix}$$

$$S_1 = \frac{a_{1,1} + a_{1,m}}{2}.m$$

$$S_2 = \frac{a_{2,1} + a_{2,m}}{2}.m$$

.....

$$S_n = \frac{a_{n,1} + a_{n,m}}{2}.m$$

$$S = S_1 + S_2 + ..S_n = \frac{m}{2}\left[\left(a_{1,1} + a_{2,1} + \dots + a_{n,1}\right) + \left(a_{1,m} + a_{2,m} + \dots + a_{n,m}\right)\right]$$

$$S = \frac{n.m}{4}\left(a_{1,1} + a_{n,1} + a_{1,m} + a_{n,m}\right)$$

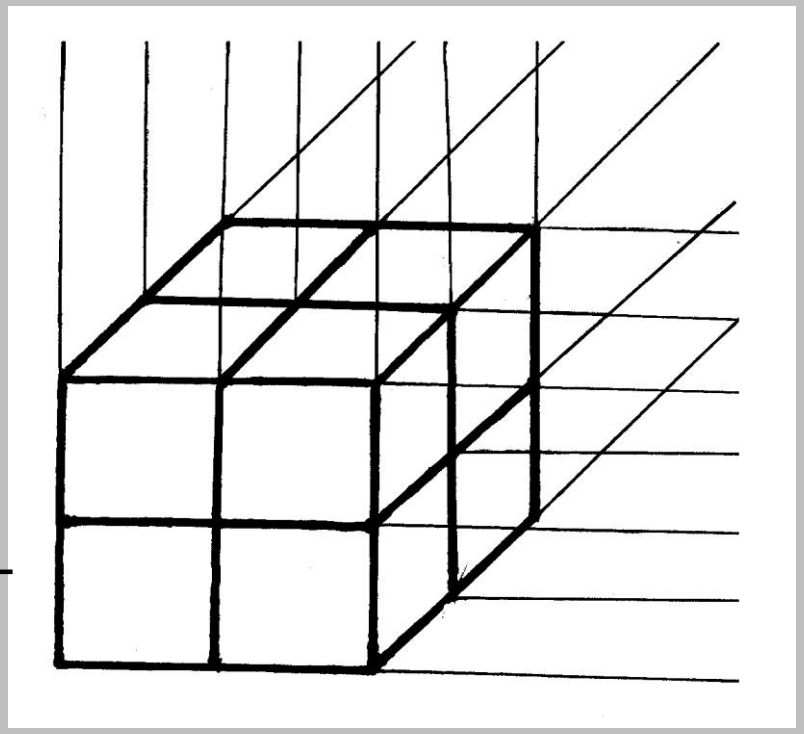
$$a_{1,1} + a_{n,1} + a_{1,m} + a_{n,m} = \frac{4S}{n.m} = \frac{4.110721}{221} = 2004$$

P. A. TRADICIONALES

…•……•……
x *y*

z	t		
x	y		

RED ARITMÉTICA BIDIMENSIONAL
(RA2D)



RED ARITMÉTICA TRIDIMENSIONAL
(RA3D)

TÉRMINO GENERAL:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{i,j} = a_{1,1} + (j-1)v_1 + (i-1)h_1 + d_p(i-1)(j-1)$$

Diferencia de Priscila

$$a_{i,j,k} = a_{1,1,1} + d_{i,1,1}(i-1) + d_{1,j,1}(j-1) + d_{1,1,k}(k-1) +$$

$$+ d_{i,j,1}(i-1)(j-1) + d_{i,1,k}(i-1)(k-1) + d_{1,j,k}(j-1)(k-1) +$$

$$+ d_p(i-1)(j-1)(k-1)$$

SUMA DE LOS TÉRMINOS:

$$S_n = \frac{n}{n-1}\int_0^{n-1}\left(a_1 + x.d\right)dx$$

$$S_{n,m} = \frac{n.m}{(n-1)(m-1)}\int_0^{n-1}\left[\int_0^{m-1}\left(a_{1,1} + v_1 x + h_1 y + d_p xy\right)dy\right]dx$$

Fórmulas de Álvaro

OTRAS FÓRMULAS PARA LA SUMA

INTERPOLACIÓN DE MEDIOS ARITMÉTICOS

Trabajo:

Progresiones aritméticas en el espacio. Una generalización del concepto tradicional

Artículo:

Revista Sigma nº 32 (2009)

www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/.../5_progresiones.pdf

www.dialnet.unirioja.es/servlet/extaut?codigo=500216

www.ubu.es/ubu/cm/ubu/tkContent

www.biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/.../44762273.html

UN EJEMPLO
DE MATEMATIZACIÓN:

EL MODELO MATEMÁTICO
DE UN ARCO OJIVAL SINGULAR

PROBLEMA GENERAL:

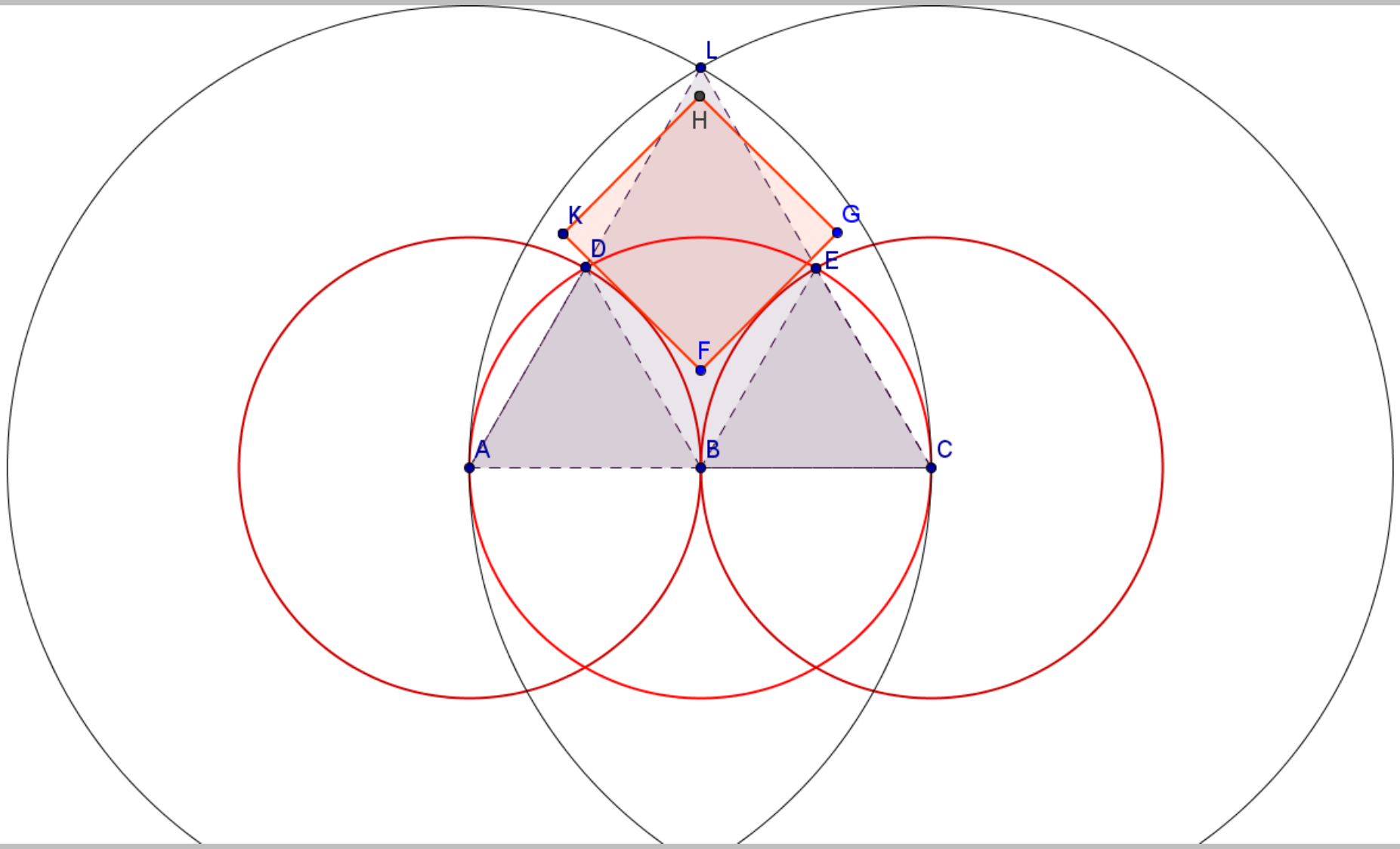
Construir el modelo matemático del arco. Analizar sus proporciones y dimensiones.

1. Construcción de un arco:
   - Ojival genérico
   - De medio punto
   - Ojival equilátero *(vesica piscis)*

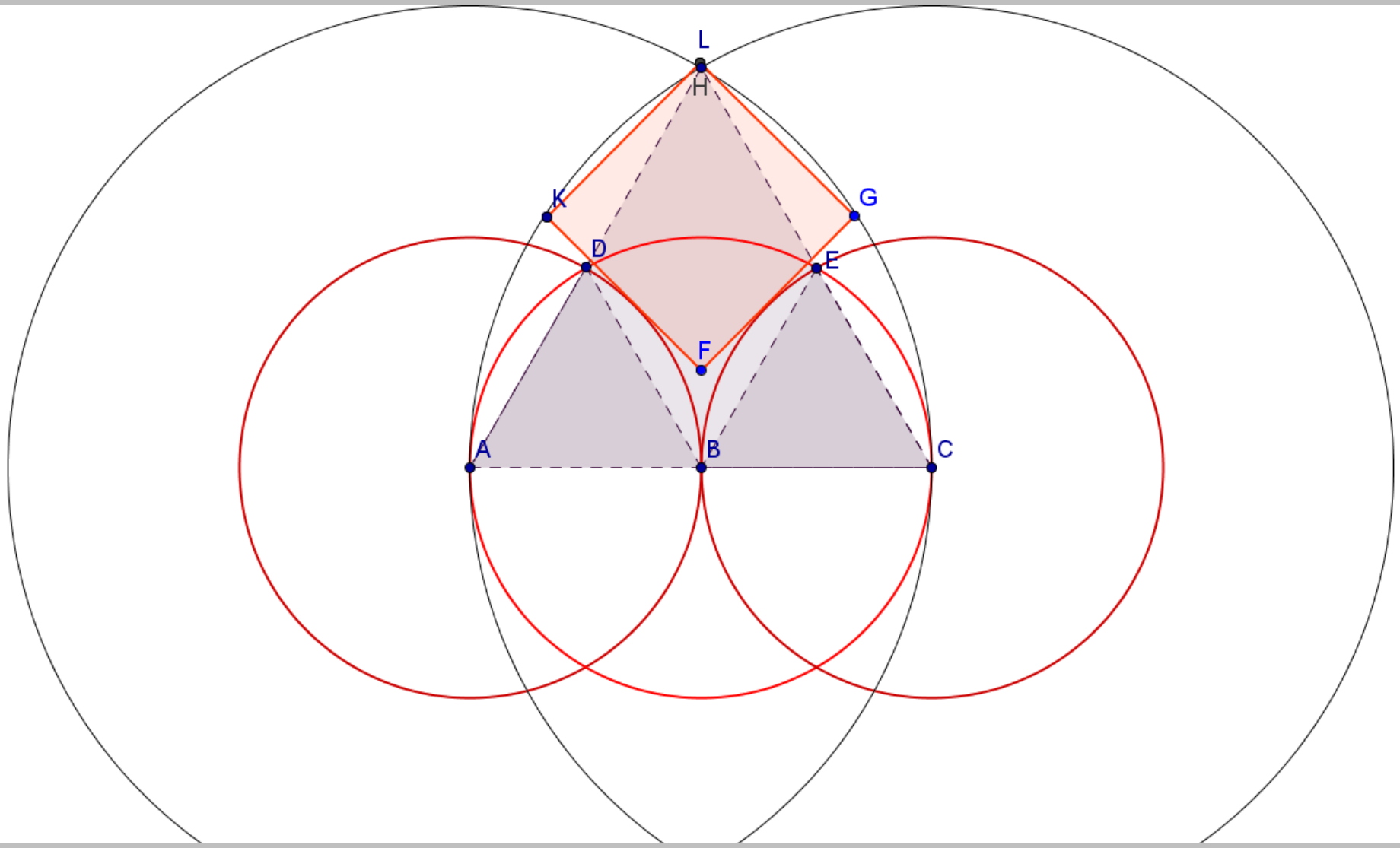
2. Modelo matemático: Arco ojival equilátero con cuadrado.

geogebra 1.ggb

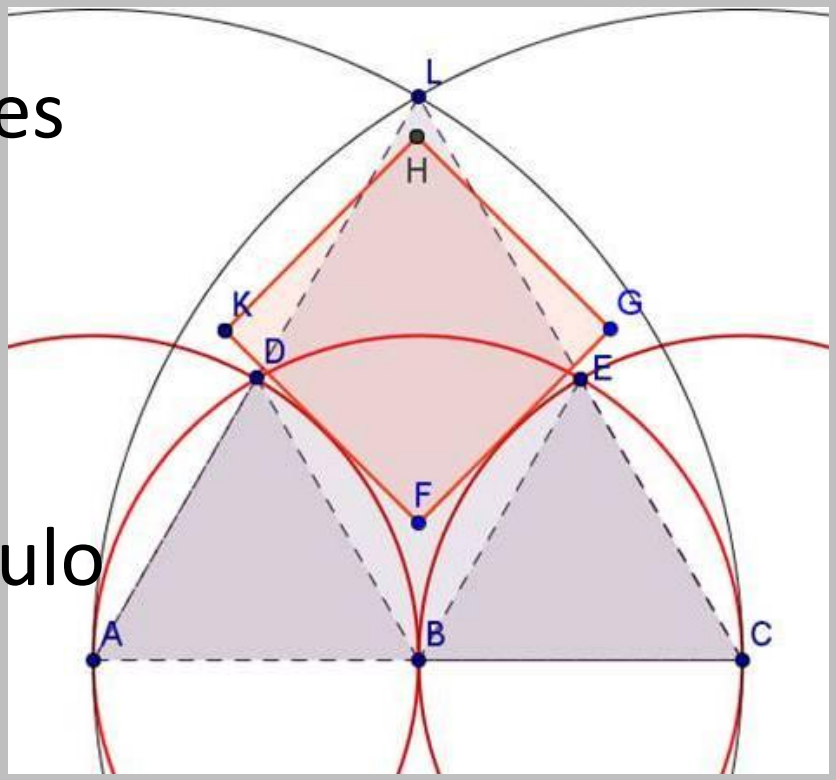
Modelo matemático: Arco ojival equilátero con cuadrado genérico.



Modelo matemático: Arco ojival equilátero con cuadrado máximo.



3. Estudio de las proporciones

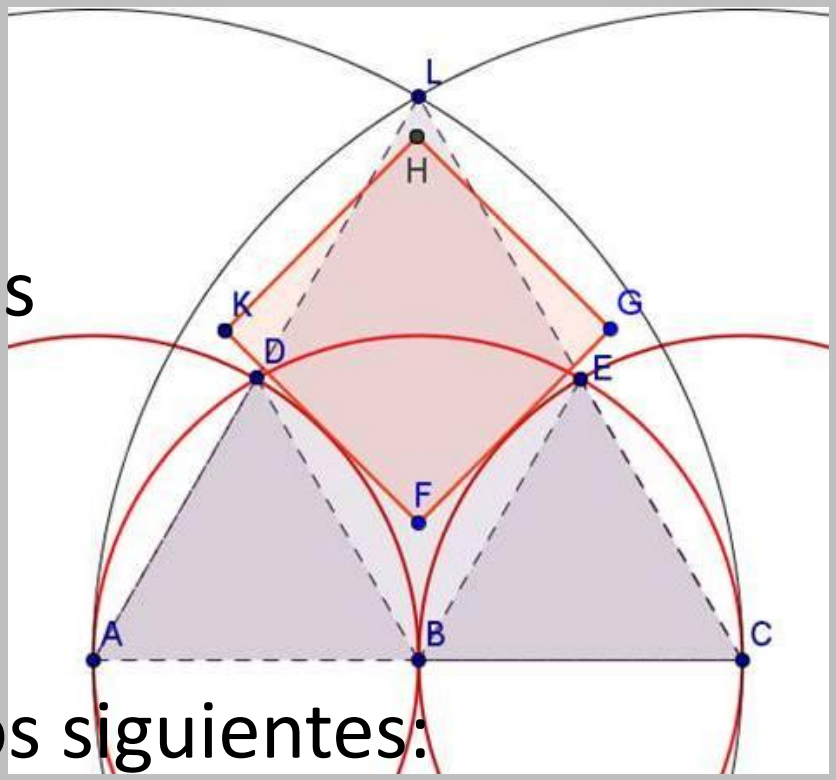


Dados:

- Los puntos A, B, C.
- Los triángulos equiláteros iguales ABD, BCE y el triángulo equilátero ACL.
-Las circunferencias:
    -Centro A y radios AB y AC
    -Centro B y radios AB=BC
    -Centro C y radios BC y AC

Calcular:

- Las rectas FG y FK, tangentes a los arcos BE y BD, y perpendiculares entre sí.
- Las coordenadas de F.



- Los puntos G y K en los casos siguientes:
    - G, E y K, D tienen las mismas abscisas.
    - K está en el arco AL y G en el arco CL.
- Las coordenadas de H en cada caso.

- Resolución para el caso en el que los triángulos iniciales sean isósceles.

La Matemática es, en mucha mayor medida de lo que normalmente se piensa, una verdadera ciencia experimental. (...) Nunca un teorema matemático de importancia ha surgido del ejercicio de la mera abstracción y de la mera lógica. Los resultados profundos son, en general, el producto de innumerables tentativas, experimentos mentales realizados en la penumbra de intuiciones y conjeturas. ¡Cuánta tentativa inicialmente frustrada, corrección y nuevo ensayo, precede al logro de un nuevo teorema, de una nueva realidad matemática!

Miguel de Guzmán

"Enfoque heurístico de la enseñanza matemática"

UN EJEMPLO DE
CONEXIONES ENTRE CONTEXTOS:

FUNCIONES, ECUACIONES,
SOLUCIONES DOBLES,
PROGRESIONES ARITMÉTICAS

ESQUEMA DEL TRABAJO

1. Relaciones entre coeficientes y soluciones de las ecuaciones de segundo grado, al modificar los primeros.

Averiguar qué relación existe entre las soluciones de las ecuaciones de segundo grado:

$$ax^2+bx+c=0 \qquad cx^2+bx+a=0$$

Averiguar qué relación existe entre las soluciones de las ecuaciones de segundo grado:

$$ax^2+bx+c=0 \qquad ax^2-bx+c=0$$

Dada la ecuación $\mathbf{x^2 + 3x = p}$, calcular el valor de **p**, para que las soluciones sean:

a) Números enteros

b) Números decimales

¿Qué relación debe existir entre **b** y **p** para que las soluciones de la ecuación $\mathbf{x^2 + bx = p}$ sean números naturales?

2. LA REGLA DE JOHANN HUDDE

La publicó Frans van Schooten, en una carta en su edición latina de 1659 de *La Géométrie* de Descartes.

1628 - 1704

"Si una ecuación tiene dos raíces iguales y multiplicamos la ecuación por una progresión aritmética arbitraria de manera que el primer término de la ecuación queda multiplicado por el primer término de la progresión y así sucesivamente, entonces digo que el producto obtenido será una ecuación que tiene de nuevo la raíz dada."

CLAVES DE LA REGLA DE HUDDE

- Permite calcular raíces dobles de polinomios.
- Hace operativo el método de Descartes para calcular la recta normal a una función en un punto.

-Engloba el resultado siguiente:

Si x=a es un máximo o mínimo relativo del polinomio

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

entonces x=a es raíz de la ecuación:

$$n a_0 x^n + (n-1) a_1 x^{n-1} + (n-2) a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x = 0$$

que es x.P´(x)=0. Luego x=a es raíz de P´(x)=0

-Incluye el resultado siguiente:

Si x=a es raíz doble del polinomio y=p(x) y multiplicamos por la p. a. de primer término b y diferencia d, el polinomio resultante P(x) verifica:

$$P(x)= b.p(x)+d.x.p'(x)$$

Trabajo sobre la Regla de Hudde

www.uam.es

III premio estudiantes de Secundaria

Ecuaciones y funciones de segundo grado. Propiedades y aplicaciones.

2. Regla de Hudde para polinomios. Las progresiones aritméticas.

3. Regla de Hudde y polinomios/ecuaciones de segundo grado.

Dadas las ecuaciones:

E1: $\mathbf{ax^2+bx+c=0}$ con una solución doble.

E2: $\mathbf{apx^2+b(p+d)x+c(p+2d)=0}$, siendo p, p+d, p+2d una p.a.

a) Calcular la raíz doble de E1, **r=-b/2a=-2c/b** y demostrar que también es solución de E2.

b) Calcular (si p es no nula) la otra solución de E2 **r.(p+2d)/p**

c) Estudiar el caso p=0.

Siendo **E1** una ecuación de solución doble, nos preguntamos… ¿cuál será el valor del discriminante de la ecuación **E2**, que es la resultante de multiplicar a ***a, b***, y ***c*** de E1 por ***p***, ***p+d*** y ***p+2d*** (términos sucesivos de una progresión aritmética)?

$$(b^2 - 4ac)p(p+2d)+b^2d^2$$

Nos proponemos "darle la vuelta", de forma que, partiendo de **E1** (con solución doble), queremos hallar los términos sucesivos de la progresión aritmética por los que tenemos que multiplicar a ***a***, ***b*** y ***c*** de E1 para que consigamos las soluciones de la E2 que queramos.

Solución de E1: -y **Soluciones de E2: q, -y**

Términos de la p.a. p=1, p+d=(y-q)/2y, p+2d=q/-y

4. Regla de Hudde y funciones de segundo grado.

Dadas las funciones asociadas a las ecuaciones E1 (con solución doble) y E2:

F1: $\mathbf{y = ax^2+bx+c}$

F2: $\mathbf{y = apx^2+b(p+d)x+c(p+2d)}$

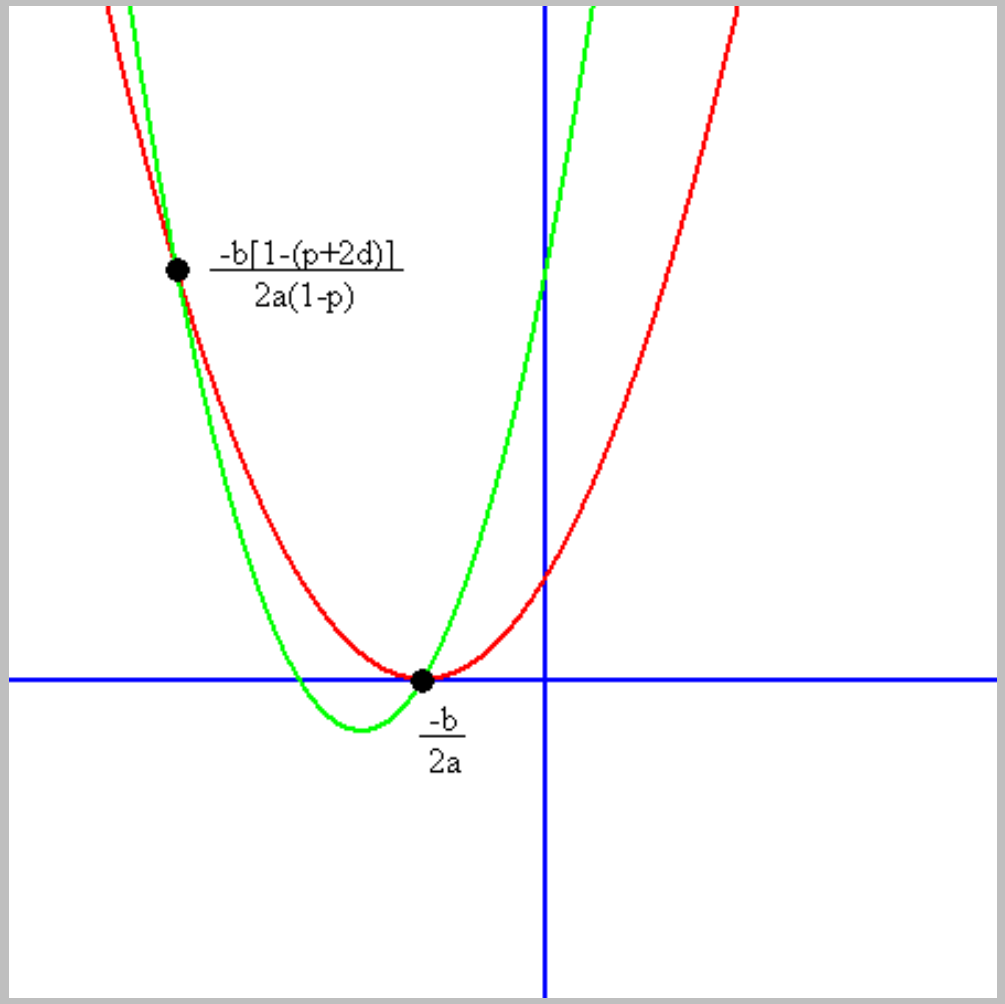
a) Calcular las coordenadas de los vértices de F1 y F2

F1: $(-b/2a, 0)$ **F2: $(-b(p+d)/2ap, \ -cd^2/p)$**

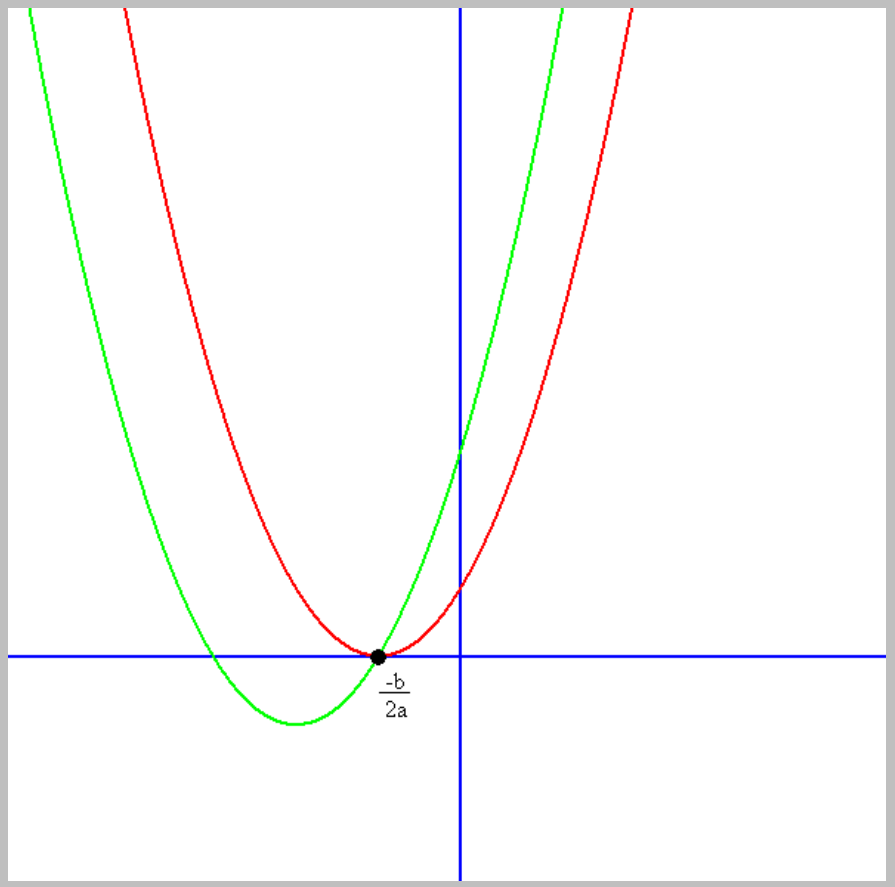
Para continuar la investigación, nos preguntamos cuáles serán las posiciones de las parábolas **F1** y **F2** una vez representadas en unos ejes de coordenadas. Para estudiar esta cuestión, hacemos una especie de "clasificación" de las posibles F2 según los valores que adquieran ***p*** y ***d.***

p, p+d, p+2d

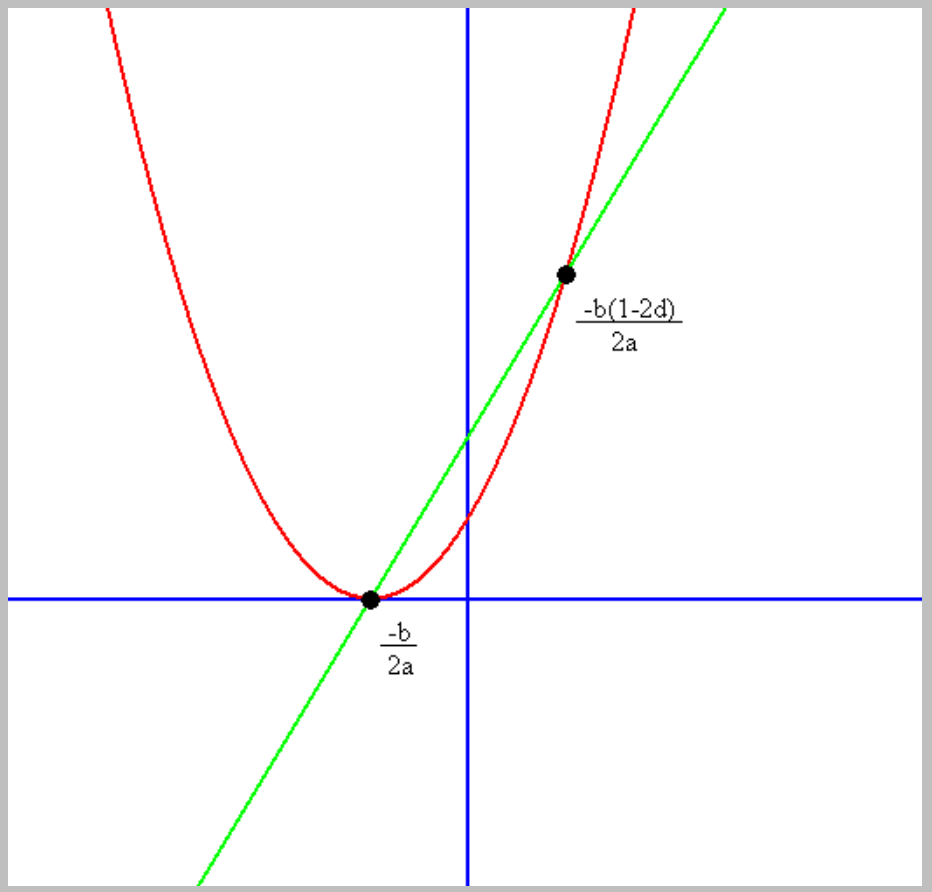
a) Si $d \neq 0$ y $p \neq 0$, $p \neq 1$, $p \neq -1$



p, p+d, p+2d

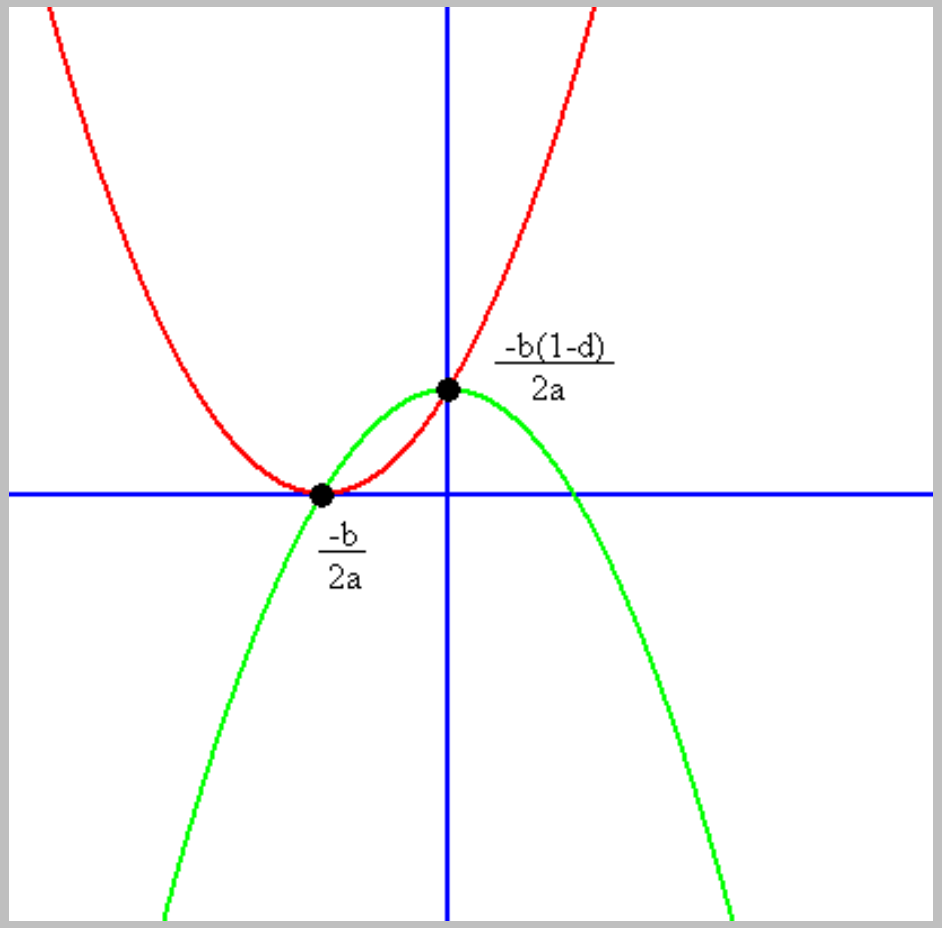


b) Si d≠0 y p=1

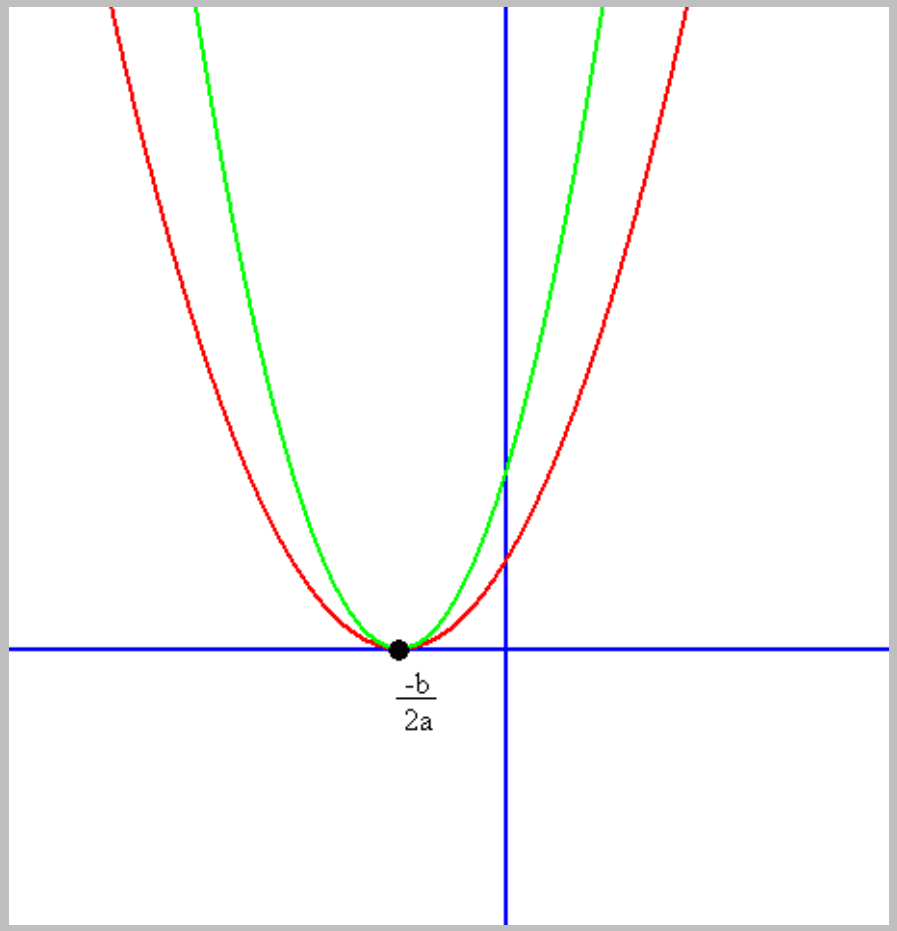


c) Si d≠0 y p=0

p, p+d, p+2d



d) Si d≠0 y p=-1



e) Si d=0 y p≠1, p>1

f) Si d=0 y p=1, F1 y F2 son coincidentes

5. Regla de Hudde y progresiones geométricas

6. Regla de Hudde y polinomios/ecuaciones de tercer grado.

ESQUEMA DE LA SESIÓN

- Unos ejemplos para comenzar

- Fundamentación didáctica:
    - ¿Qué queremos conseguir?

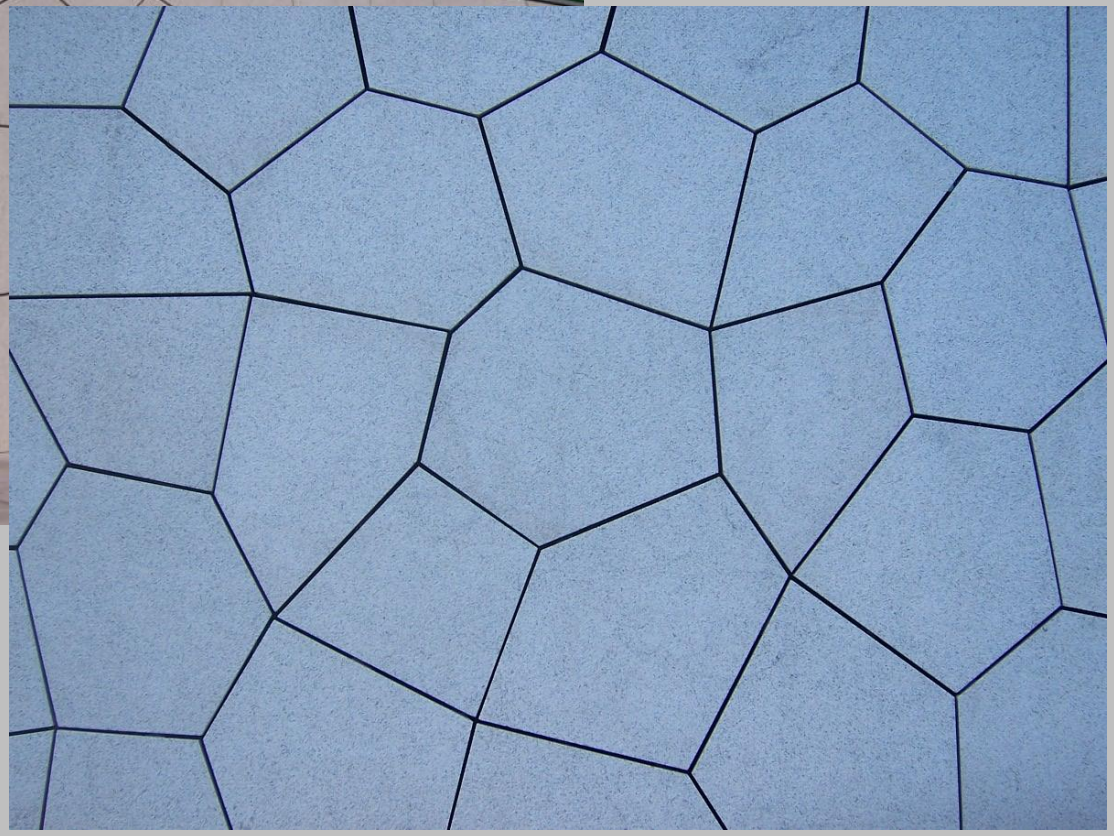
- Fundamentación epistemológica:
    - ¿En qué nos basamos?

- Propuestas y ejemplos para el aula

- Vale; pero… ¿por dónde empezar?

UN EJEMPLO RECIENTE
DE MI EXPERIENCIA:

LA TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY Y
LA TESELACIÓN DE VORONOI



PROBLEMA:

El mosaico irregular del CNIEH, en el complejo del Museo de la Evolución Humana, ¿es producto del azar o, por el contrario, es el resultado de un proceso de matematización?

-TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY: Dado un conjunto de *puntos de control*, una triangulación de Delaunay es una red de triángulos, cuyos vértices son los puntos de control, que cumplen la condición de Delaunay.

-CONDICIÓN DE DELAUNAY: una red de triángulos es una triangulación de Delaunay si la circunferencia circunscrita a cada triángulo de la red es “vacía”; es decir, no contiene en su interior ningún otro *punto de control*.

-TESELACIÓN DE VORONOI: es un mosaico de polígonos irregulares, cuyos vértices son los circuncentros de los triángulos de Delaunay.

TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY.ggb

TESELACIÓN DE VORONOI .ggb

GUIÓN DE TRABAJO

1. Construcción experimental del modelo con Geogebra:

- Dados el conjunto de puntos de control, construir la teselación de Voronoi correspondiente.
- Descubrimiento y demostración de algunas propiedades de la teselación de Voronoi: los mosaicos regulares son teselaciones de Voronoi.
-Dada una teselación de Voronoi, encontrar el conjunto de puntos de control.

2. Estudio analítico de la teselación de Voronoi:

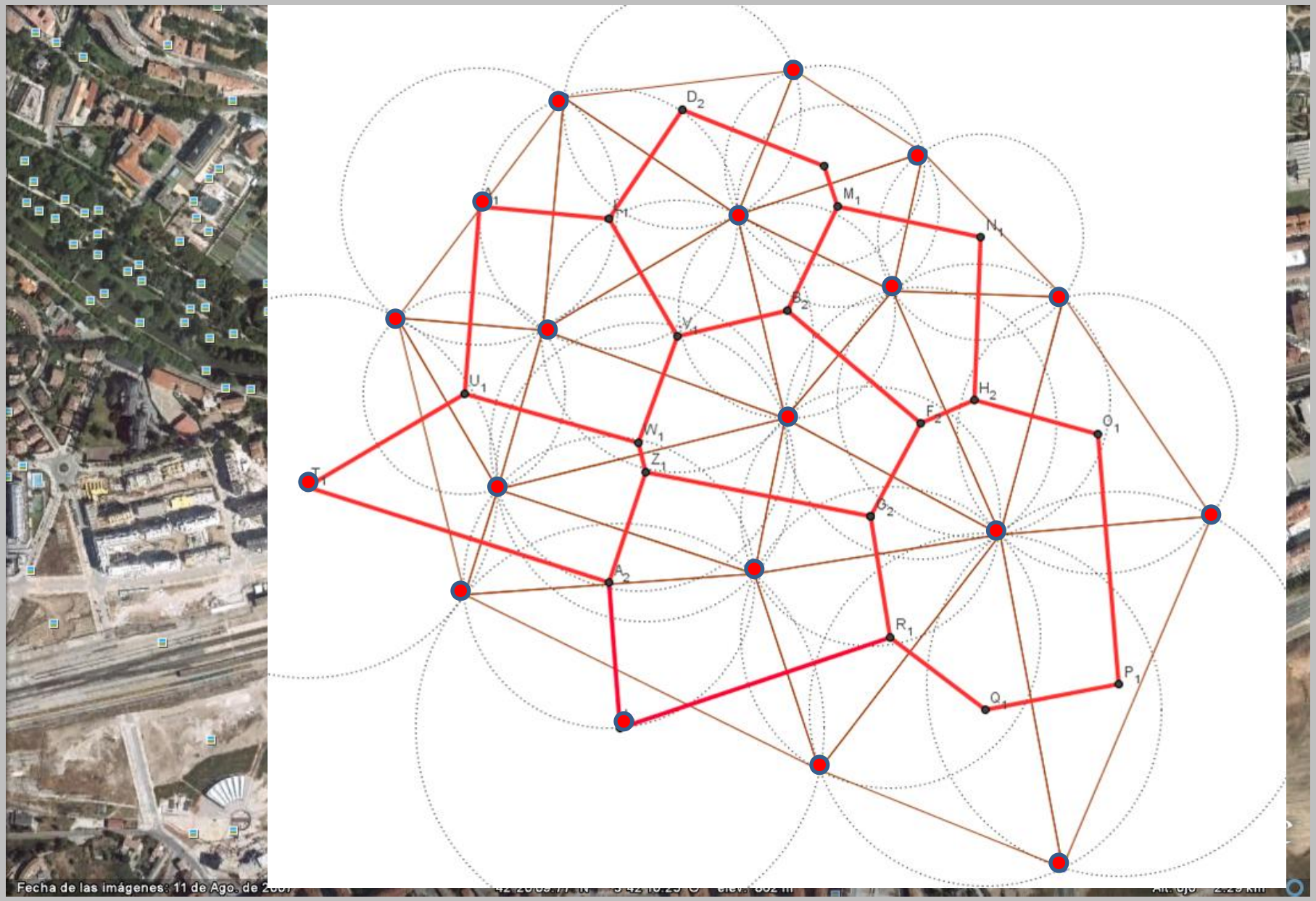
- Resolución para un caso simplificado.
- Estudio de casos particulares notables (mosaicos regulares)
- Análisis y descubrimiento de propiedades.
- Resolución analítica del problema inverso: dada la teselación, encontrar el conjunto de puntos de control.

3. Otros contextos de aplicación:

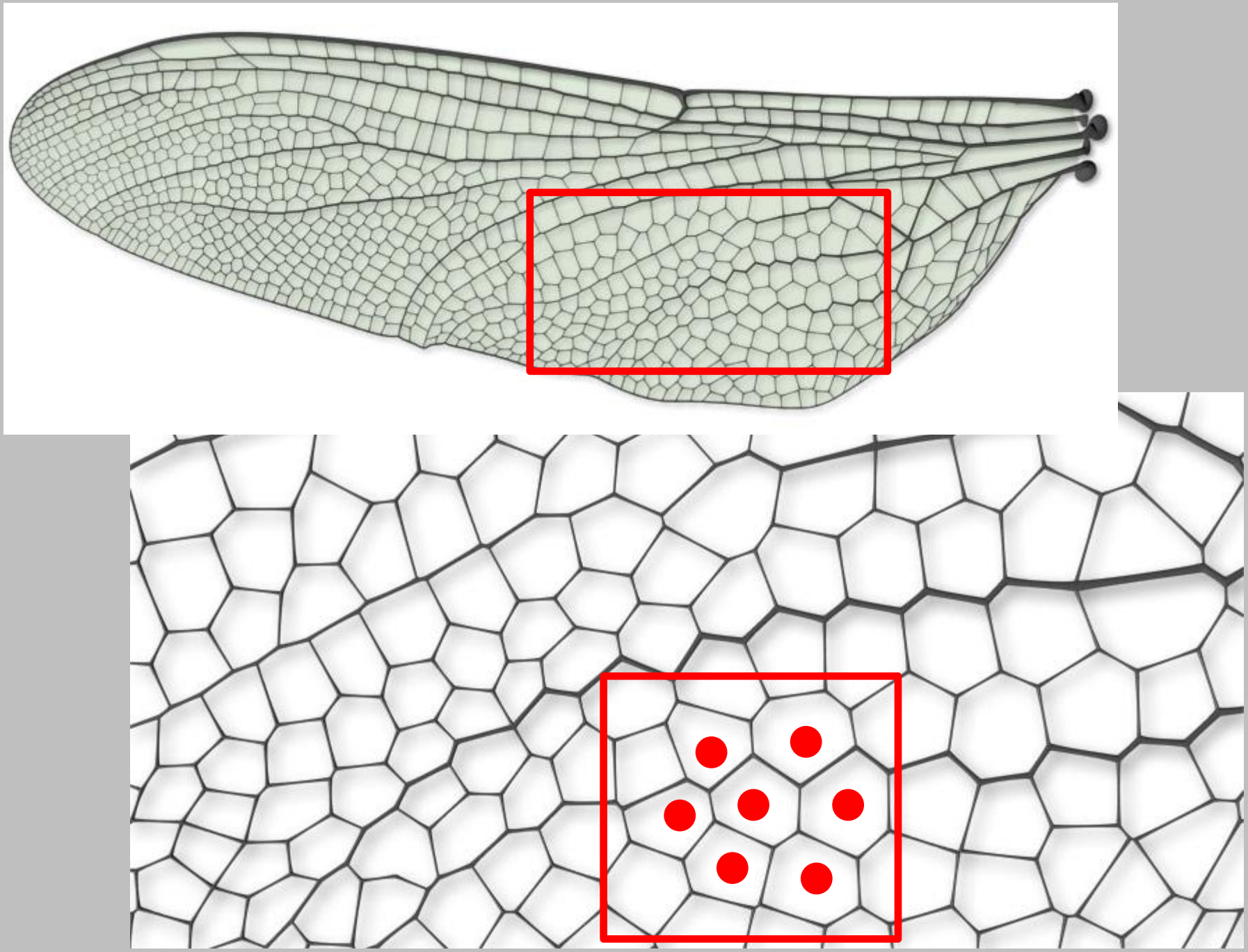
UN EJEMPLO DE
CONEXIONES ENTRE CONTEXTOS:

LA TESELACIÓN DE VORONOI,
ÁREAS DE INFLUENCIA,
ALAS DE LIBÉLULA, …

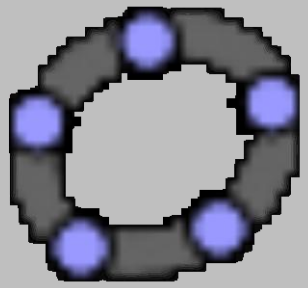
- *Las áreas de influencia de una red de puntos.*



- *La estructura de las alas de una libélula*

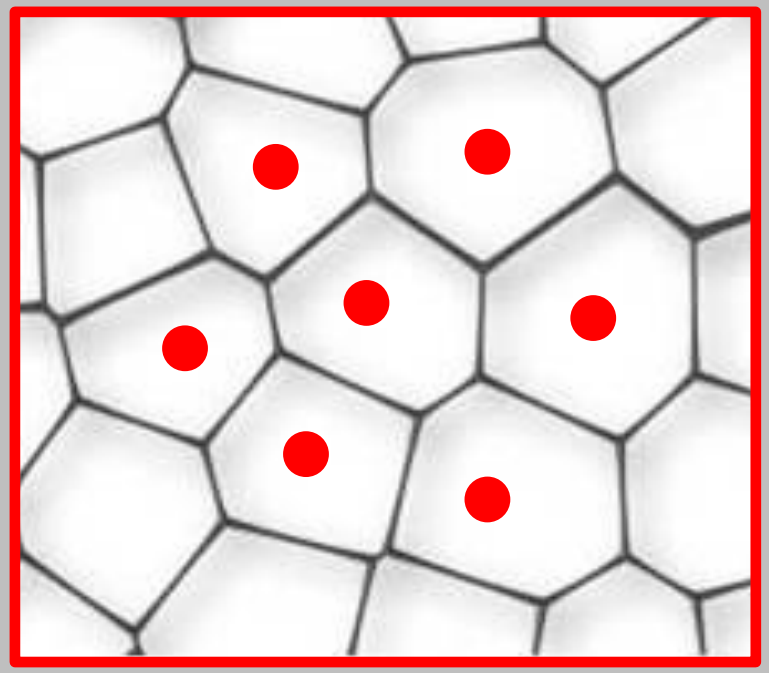


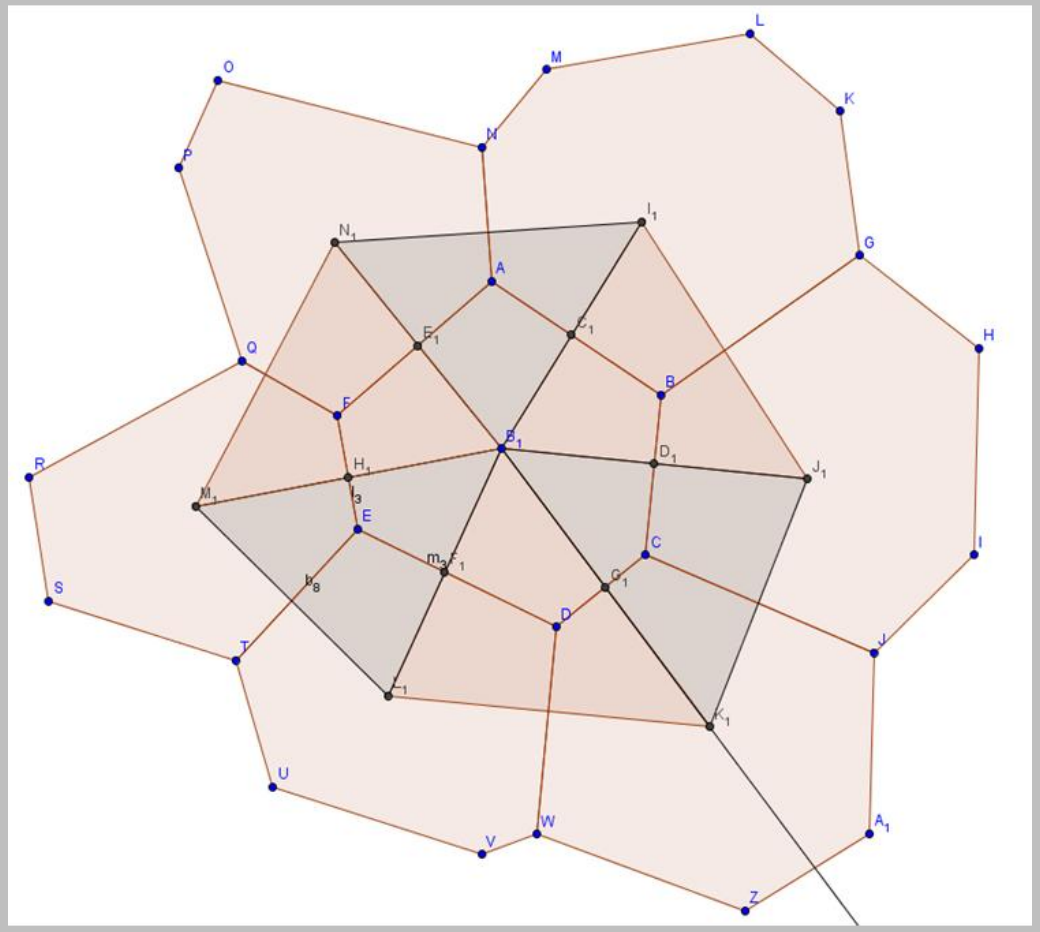
Proceso de construcción de la red de puntos de control, en función de un punto elegido inicialmente.



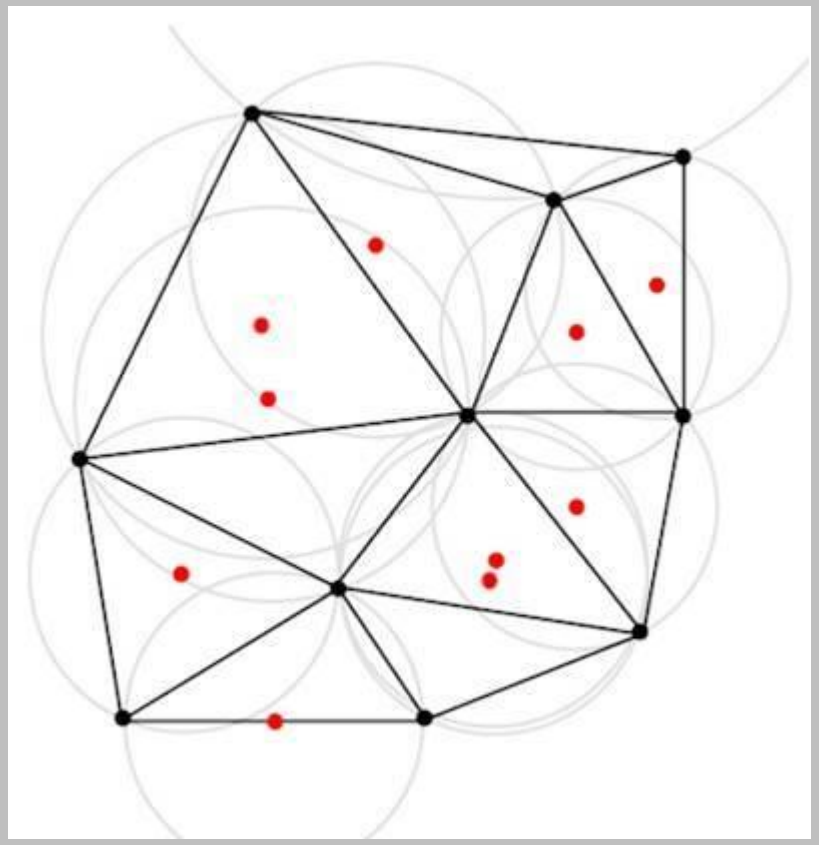
ALAS.ggb

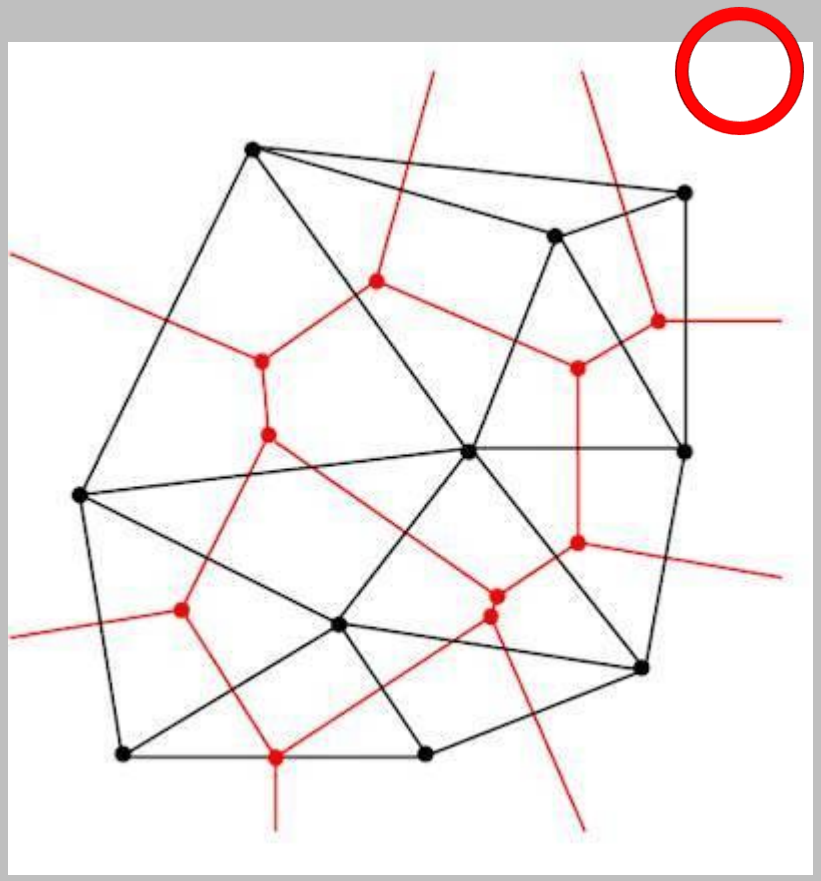
- Red de puntos de control



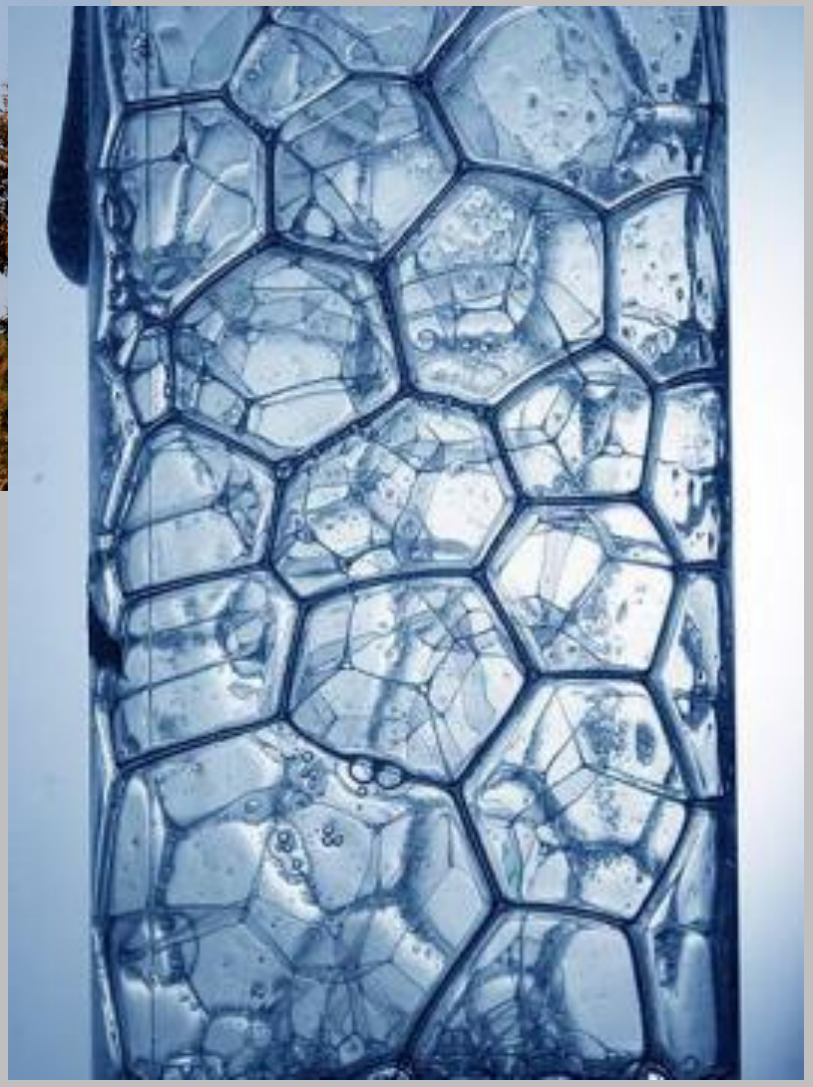


Límites en la Teselación de Voronoi



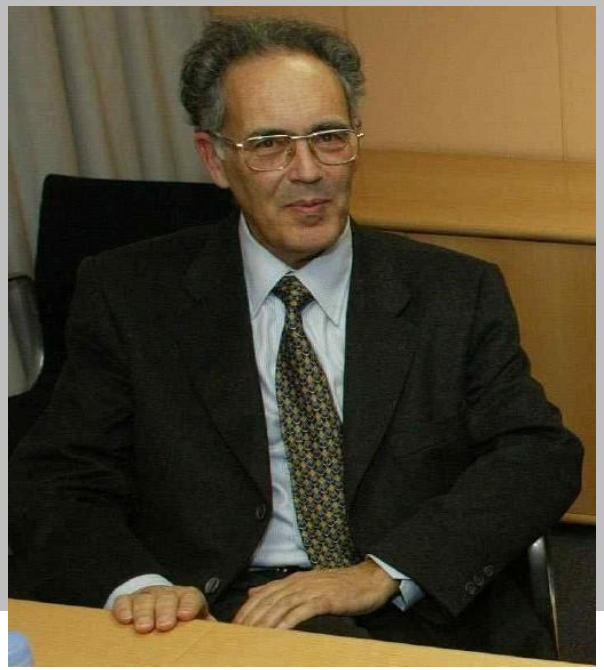


TESELACIÓN LIMITE DE VORONOI .ggb



¿Estas configuraciones también?

Unas palabras de Miguel de Guzmán:



Para mí, la corriente iniciada por Polya alrededor de la resolución de problemas representa el aspecto más universalmente válido de la matemática en la cultura humana

Miguel de Guzmán

Burgos, 27 abril 1991

En los procesos de enseñanza y aprendizaje, es muy fácil resaltar las dificultades, pensar que todo va a peor, regodearse en lo negativo…

Tenemos que aprender a salir fuera de la clase y analizar nuestras verdaderas coordenadas (dónde estamos) y las dimensiones reales de nuestra profesión (qué somos).

MUCHAS GRACIAS

Constantino de la Fuente Martínez

I.E.S. “Cardenal López de Mendoza” Burgos

Sociedad Castellana y Leonesa
de Educación Matemática “Miguel de Guzmán”

cdelafu@terra.es

www.lopezdemendoza.es