

## LA ARMONÍA DEL UNIVERSO.

*“La geometría tiene dos grandes tesoros ,  
uno es el teorema de Pitágoras, el otro es la proporción aurea.  
El primero lo podemos comparar a una medida de oro,  
el segundo lo debemos denominar una joya precios”.*

*Johannes Kepler*

Este tema lo desarrollo en dos sesiones con los alumnos de 1º de Estalmat, su nivel es de 6º de primaria y 1º de ESO.

### 1. Descubrimos el número $\Phi$ .

#### 1.1. Nos vamos de compras.

*Si fueras de compras con monedas de sólo 1 y 2 euros, podrías pagar algo que costara 3 € de tres formas distintas:*

*Pagando 1 € y luego 2 €*

*Pagando 2 € y luego 1 €*

*Pagando 1 €, luego 1 € y por último 1 €*

Se puede poner del siguiente modo.

PRECIO	MANERAS DE PAGAR	Nº DE MANERAS DE PAGAR
0 €		
1 €		
2 €		
3 €	1+2 ; 2+1 ; 1+1+1	
4 €		
5 €		
6 €		
7 €		
8 €		
9 €		
....		

Fíjate en el número de maneras que hay para pagar y trata de completar la tabla hasta 12 €.

1.2. El juego de los “unos”.

2. *Jugando con unos y ceros*

*El 1 se sustituye por 10 y el cero por el uno*

1  
10  
101  
10110  
10110101  
1011010110110

.....

Si contamos los unos?

1.3. Características de la sucesión de Fibonacci.

Observamos que hemos obtenido una sucesión de números muy especial:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...

Se llama sucesión de Fibonacci y cada término se obtiene ..... ¿cómo?

.....  
.....

Esta sucesión tiene muchas e importantes propiedades:

a) Suma todos los términos de la sucesión hasta el que tu quieras. Por ej.

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 = 12$$

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 = 20$$

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 = 33$$

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 = 54$$

¿Observas alguna particularidad? .....

¿Podrías predecir el resultado sin necesidad de hacer la suma? .....

Por ej. ¿Cuánto vale la suma

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 = \dots\dots\dots?$$

¿Y la suma

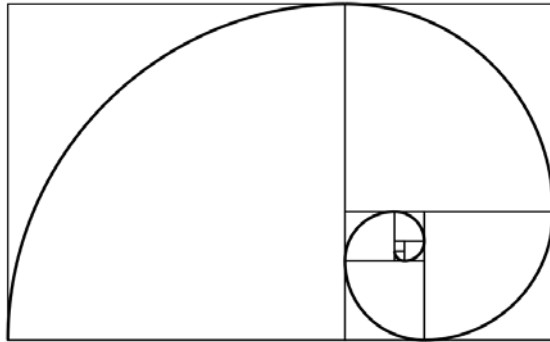
$$1+1+2+3+5+8+13+21+34+55+89+144 = \dots\dots\dots?$$

En efecto:

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 = 88 = 89 - 1$$

1.4. Como podemos pintar la sucesión de Fibonacci.

Observa como aparecen los términos de la serie de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 y 34



2. **Un poco de historia: Pitágoras, Phideas y Leonardo de Pisa:** Hablamos de las características de cada uno de los matemáticos y que relación tienen con el número  $\Phi$ .



3. **¿Dónde se encuentra  $\Phi$ ?:** en arte en la naturaleza, en la música, en todo en lo que se encuentre o la espiral de Durero o la sucesión de Fibonacci o todo lo que tenga pentagonal.

La pirámide de Keops:

*Las dimensiones de la pirámide son:*

*Lados: 230,36 x 230,36 m*

*Altura: 146,59 m*

*Diagonal: 325,78 m*

*Arista: 219,14 m*

*Apotema: 186,43 m*

*Relacionando sus distintas medidas intenta obtener el número  $\Phi$*

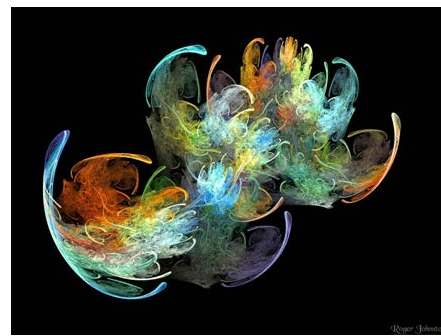


$$\varphi = \frac{\text{apotema}}{l/2}$$

$$\varphi = \frac{\text{Area Total}}{\text{Area Lateral}}$$

$$\varphi = \frac{\text{Area Lateral}}{\text{Area de la Base}}$$

**4. Una pequeña introducción a los fractales.**



**5. El número  $\Phi$ , y su relación el Universo.**

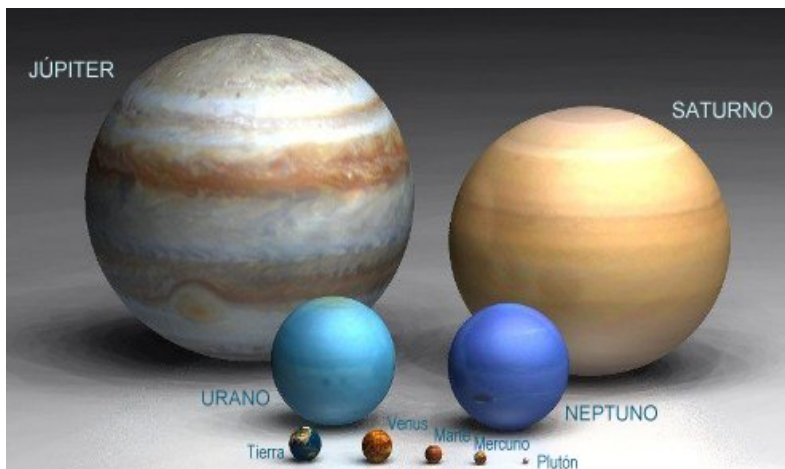
Construimos la siguiente serie con phi,

Mercurio	$\Phi^1/\Phi^3$	0,38
Venus	$\Phi^2/\Phi^3$	0,61
La Tierra	$\Phi^3/\Phi^3$	1
Marte	$\Phi^4/\Phi^3$	1,61
Cinturón (Ceres)	$\Phi^5/\Phi^3$	2,61
No planeta	$\Phi^6/\Phi^3$	4,23
Júpiter	$\Phi^7/\Phi^3$	6,85
Saturno	$\Phi^8/\Phi^3$	11,09
Urano	$\Phi^9/\Phi^3$	17,94
Neptuno	$\Phi^{10}/\Phi^3$	29,03
Plutón	$\Phi^{11}/\Phi^3$	46,9

Comparamos la serie que hemos obtenido con la distancia al Sol en U.A.

Planetas	Radio (km)	Distancia al Sol (mill. de km)	Orden, distancia en U.A.	Serie de phi
Mercurio	2.440	57,910	<b>0,38</b>	<b>0,38</b>
Venus	6.051	108,21	<b>0,723</b>	<b>0,61</b>
Tierra	6.378	149,60	<b>1</b>	<b>1</b>
Marte	3.397	227,92	<b>1,524</b>	<b>1,618</b>
Cinturón Ceres			<b>2,776</b>	<b>2,618</b>
No planeta				<b>4,23</b>
Júpiter	71.492	778,57	<b>5,203</b>	<b>6,85</b>
Saturno	60.268	1.433,53	<b>9,55</b>	<b>11,09</b>
Urano	25.559	2.872,46	<b>19,20</b>	<b>17,94</b>
Neptuno	24.746	4.504,30	<b>30,10</b>	<b>29,03</b>
<b>Plutón</b>	<b>2.320</b>	<b>5.913,52</b>	<b>39,52</b>	<b>46,9</b>

El problema es la masa de los planetas, y los planetas que no aparecen.



Hacemos lo mismo con el planeta Júpiter.

Satélites de Júpiter	Radio (km)	Distancia al planeta (km)	Orden	Serie (phi)
Io	1.815	421.600	<b>0,394</b>	<b>0,38</b>
Europa	1.569	670.900	<b>0,627</b>	<b>0,618</b>
Ganímedes	2.631	1.070.000	<b>1</b>	<b>1</b>
Calisto	2.400	1.883.000	<b>1,760</b>	<b>1,618</b>

Con Saturno.

Satélites de Saturno	Radio (km)	Distancia al planeta (km)	Orden	Serie (phi)
Mimas	196	185.520	0,62	0,38
Encélado	250	238.020	0,808	0,618
Tetis	530	294.660	1	1
Diore	560	377.400	1,281	1,618
Rea	765	527.040	1,789	2,618
Titán	2.575	1.221.850	4,147	4,236
¿?				
Japeto	730	3.561.300	12,08	11,088

Con Urano

Satélites de Urano	Radio (km)	Distancia al planeta (km)	Orden	Serie (phi)
Miranda	235,8	129.780	0,488	0,38
Ariel	578,9	191.240	0,719	0,618
Umbriel	584,7	265.970	1	1
Titania	788,9	435.840	1,638	1,618
Oberón	761,4	582.600	2,19	2,618

Lo que se nos ocurre pensar es que, los fractales son patrones que la naturaleza utiliza para llenar el espacio del Universo y la frecuencia con que la naturaleza repite los fractales que llenan el Universo nos lleva al número áureo, aunque aún no está demostrado.

