

TEORIA DE NUMEROS (I)

REGLAS DE DIVISIBILIDAD

Un número es divisible por:

- **2** – Si es PAR.
- **3** – Si la suma de sus cifras es divisible por 3.
- **4** – Si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por 4.
- **5** – Si la cifra de las unidades es un 0 ó un 5.
- **6** – Si es a la vez divisible por 2 y 3.
- **8** – Si el número formado por las tres últimas cifras es divisible por 8.
- **9** – Si la suma de sus cifras es divisible por 9.
- **10** – Si la última cifra del número es un 0

PRACTICA: Contesta **SI** o **NO**:

Determinar si el número 21.408 es divisible por:

2 – _____ 3 – _____ 4 – _____ 5 – _____
6 – _____ 8 – _____ 9 – _____ 10 – _____

Determinar si el número 1.345.866 es divisible por:

2 – _____ 3 – _____ 4 – _____ 5 – _____
6 – _____ 8 – _____ 9 – _____ 10 – _____

ACTIVIDADES

1. ¿Cuál es el menor número de 4 cifras que es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9?
2. Usando sólo unos y doses, ¿Cuál es el menor entero que es divisible por 3 y 8?
3. ¿Cuál es el menor número entero positivo que es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 y 10?
4. Las cifras de un número son todas ochos, y es divisible por 9. ¿Cuál es el menor entero positivo que lo cumple?

5. ¿Cuál es el menor entero positivo que es divisible por 2 y 3 está formado totalmente por doses y treses, conteniendo al menos uno de cada?
6. ¿Cuál es el menor número de 5 cifras que es divisible por 8 y 9?

REGLA DE DIVISIBILIDAD DEL 11

Un número es divisible por 11 si la diferencia entre la suma de las cifras de lugar impar y las de lugar par es 0 ó un múltiplo de 11.

PRACTICA: Determinar cuál o cuales de los siguientes números son múltiplos de 11

3.951

987.654

14.256

65.768

PROBLEMAS

1. ¿Que cifra debes poner en el número **89__43** para que sea divisible por 11?
2. ¿Qué numero de 5 cifras múltiplo de 11 esta formado sólo por doses y treses?
3. ¿Cuál es el mayor número de 5 cifras múltiplo de 11?
4. ¿Cuál es el resto de dividir 1.234.567 entre 11?

DIVISIBILIDAD. ACTIVIDADES

1. ¿Cuántos múltiplos de 3 menores que 1000 utilizan sólo doses y/o cuatros?
2. 360 es divisible por 8 y 9. ¿Cuántos enteros menores que 360 son también divisibles por 8 y 9?
3. Un número de 3 cifras es divisible por 9. Si restamos la cifra de las decenas a la cifra de las centenas obtenemos la cifra de las unidades. ¿Cuál es el mayor número que cumple dichas condiciones?
4. Hay dos formas de colocar las cifras 1, 2, 3, 4 para obtener un número de 4 cifras que sea múltiplo de 8. ¿Cuáles son?
5. Tres enteros consecutivos se colocan en orden formando un número de 3 cifras. El número así obtenido es siempre múltiplo de un número primo. ¿Cuál es ese número? ¿Por qué?

6. En el número ABC cada letra es una cifra distinta. Si ABC, CAB y BCA son todos divisibles por 6 y 9, calcula el valor de $ABC + CAB + BCA$

7. ¿Cuál es el mayor número de 7 cifras formado por las cifras del 1 al 7 que tiene la propiedad de que la suma de cada dos cifras consecutivas es un número primo?

8. Usando sólo las cifras 1, 2 y 3, y al menos una de cada, ¿Cuál es el menor número que puedes formar que sea divisible por 8 y 9?

9. Usando sólo los dígitos 0, 1 y 2, ¿Cuántos números tiene el entero más pequeño que es divisible por 9 y 11?

10. Con las cifras 0, 3, 6, 9 se forma un número que es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, y 11. ¿Cuál es el menor número con estas características?

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMETICA

Todo entero positivo tiene una única descomposición como producto de factores primos

Ejemplo: $5544 = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11$ y **no hay** otra manera de descomponer 5544 como producto de factores primos.

Método	5544	2
	2772	2
	1386	2
	693	3
	231	3
	77	7
	11	11
	1	

PRACTICA:

Escribe, ordenando los factores de menor a mayor, la descomposición factorial en factores primos de los números

$120 = \underline{\hspace{2cm}}$

$448 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1518 = \underline{\hspace{2cm}}$

$440 = \underline{\hspace{2cm}}$

$432 = \underline{\hspace{2cm}}$

$209 = \underline{\hspace{2cm}}$

CONTANDO DIVISORES (FACTORES)

Una manera de contar los divisores (factores) de un número es hacer una lista con todos ellos y contar:

EJEMPLO: ¿Cuántos divisores tiene el número 200? $200 = 2^3 \cdot 5^2$

- Cada factor de 200 es una combinación de doses y cincos

$1 = 2^0 \cdot 5^0$	$2 = 2^1 \cdot 5^0$	$4 = 2^2 \cdot 5^0$	$8 = 2^3 \cdot 5^0$
$5 = 2^0 \cdot 5^1$	$10 = 2^1 \cdot 5^1$	$20 = 2^2 \cdot 5^1$	$40 = 2^3 \cdot 5^1$
$25 = 2^0 \cdot 5^2$	$50 = 2^1 \cdot 5^2$	$100 = 2^2 \cdot 5^2$	$200 = 2^3 \cdot 5^2$

El número de divisores de 200 es: $12 = 4 \times 3$

PRACTICA: ¿Cuántos divisores tiene 56?

PRACTICA: Cuántos divisores tienen los números:

- $72 = 2^3 \cdot 3^2$ _____
- $180 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$ _____
- $210 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$ _____
- 600 _____

RESULTADO:

Si P_1, P_2, P_3, \dots son números primos distintos y n_1, n_2, n_3, \dots son enteros, entonces el número de divisores del número:

$$P_1^{n_1} \times P_2^{n_2} \times P_3^{n_3} \times \dots$$

Es:

$$(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) \times (n_3 + 1) \times \dots$$

CONSECUENCIAS:

- Todo número primo tiene exactamente 2 divisores
- Un número primo elevado a un exponente "n" tiene "n+1" divisores
- Como consecuencia de lo anterior los únicos números que tienen exactamente 3 divisores son los cuadrados de los números primos
- Todo producto de 2 primos tiene exactamente 4 divisores

APLICA LO QUE HAS APRENDIDO:

1. ¿Cuál es el entero positivo más pequeño que tiene exactamente 6 divisores? ¿Y el que tiene 10?
2. ¿Cuál es la característica de los números que tienen un número impar de divisores?
3. ¿Cuál es la descomposición factorial del número más pequeño que tiene exactamente 31 factores?
4. ¿Cuántos divisores impares tiene el número 3300?
5. ¿Cuántos divisores pares tiene el número 3200?
6. ¿Cuántos cuadrados perfectos son divisores de 400?
7. ¿Cuántos divisores pares tiene el número 210?
8. Si un número n tiene 7 divisores ¿Cuántos divisores tiene n^2 ?
9. El número n es múltiplo de 7 y tiene 5 divisores ¿Cuántos divisores tiene $3n$?
10. El número " p " es múltiplo de 6 y tiene 9 divisores ¿Cuántos divisores tiene $10n$?
11. ¿Qué números tienen todos los divisores impares?
12. ¿Qué números tienen todos sus divisores pares excepto el 1?

13. ¿Qué números tienen un número impar de divisores?

14. ¿Cuál es el número más pequeño por el que hay que multiplicar a 60 para obtener un cuadrado perfecto? ¿y 175?

15. ¿Cuál es la última cifra de los números:

a) 15^{37}

b) 15^{100}

c) 14^{31}

d) 14^{2006}

e) 78^8

f) 78^{102}

g) 23^{29}

h) 23^{2005}

16. ¿Cuál es la última cifra del número $\frac{1}{5^{193}}$?

17. ¿Qué números tienen exactamente 6 divisores?

18. ¿Qué números tienen 7 divisores? ¿y 8 divisores? ¿y 9 divisores?

19. ¿Calcular un número de 20 divisores y otro de 15?

20. Escribir el número natural más pequeño que tenga 12 divisores

21. Supongamos que P_1, P_2, P_3, \dots son números primos distintos

a) ¿Cuántos divisores tiene:

P_1 ; $P_1 \times P_2$; y $P_1 \times P_2 \times P_3$; y $P_1 \times P_2 \times P_3 \times P_4$;

y $P_1 \times P_2 \times P_3 \times P_4 \times P_5 \times P_6 \times P_7$ ¿Se puede generalizar el resultado?

b) ¿ Cuántos divisores tienen:

$P_1 \times P_2$; y $P_1^2 \times P_2^2$ y $P_1^3 \times P_2^3$ y $P_1^{10} \times P_2^{10}$ y

22. ¿Cuántos números naturales de 1 a 500 no son divisibles ni por 3 ni por 7?