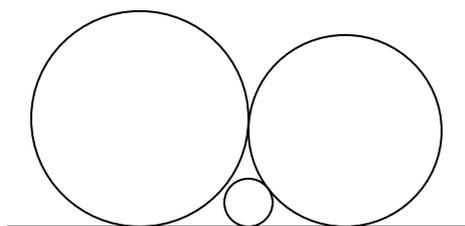


XIV OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS

BURGOS, MAYO DE 2006

3º Y 4º ESO

PROBLEMA 1



Julio tiene tres ruedas de distinto tamaño y con una curiosa particularidad: puede colocarlas de tal manera que sean tangentes dos a dos y también las tres a una recta suficientemente larga, como se indica en la figura. Si el radio de la mayor es 16 cm., y el de la mediana 9 cm. ¿cuánto mide el radio de la menor?

PROBLEMA 2

En la ecuación de segundo grado $x^2 + px + q = 0$, se sabe que si D el valor de su discriminante, entonces D y $1-D$ son sus soluciones. Calcula razonadamente los valores de los coeficientes p y q .

(Recuerda que el discriminante de la ecuación $ax^2+bx+c=0$ es la expresión $b^2 - 4ac$)

PROBLEMA 3

Llamamos números semejantes a los que se escriben con las mismas cifras pero en distinto orden.

Con las cifras a , b , c (distintas entre sí) se escribe el número abc . Si a continuación se escriben todos los semejantes a éste y se suman, el resultado obtenido es 1332. Razona cómo se puede llegar a conocer el número de partida abc .

Averiguar las cifras de otro número $abcd$ (todas distintas) si sabemos que la suma de todos los números semejantes a él resulta 199980.

PROBLEMA 4

En el polinomio $P(x)=Ax^3+Bx^2+Cx+D$, los coeficientes A , B , C , D son números enteros, no negativos y menores que 10. Demostrar que si $P(3)$ es múltiplo de 7, también lo es el número $ABCD$, construido con los coeficientes del polinomio.