

10ª OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS
SEGUNDO CICLO DE E.S.O.
PRADOLUENGO ABRIL 2002
FASE FINAL

PROBLEMA 1

Una persona hace una ruta de paseo por una senda ascendente hasta la parte más alta de un altiplano a una velocidad de 3km/h. Desde la cima, se desplaza por un camino llano hasta una casa a una velocidad de 4km/h. Nada más llegar a la casa, da la vuelta y hace el paseo inverso por el mismo camino y senda hasta llegar al punto de partida inicial. La bajada la hace a una velocidad de 6 km/h y la velocidad en llano es siempre la misma. Si ha tardado en total 5 horas ¿Cuántos km ha recorrido?

PROBLEMA 2

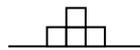
Vamos a estudiar un conjunto C de figuras siguiendo esta regla:

La figura \square es un elemento de C, y a partir de ella pueden describirse las otras figuras de C teniendo en cuenta las reglas siguientes:

1ª.- Si una figura f es un elemento de C, también lo será la obtenida a partir de ella adosando un cuadradito \square a la derecha de la fila (horizontal) más baja de f.

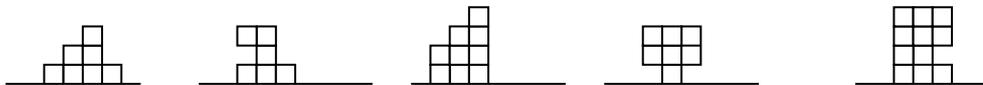
2ª.- Si una figura f es un elemento de C, también lo será la que resulta de adosarla un cuadradito \square a la parte más alta de la columna (vertical) situada más a la derecha de f.

a) Tomemos un elemento de C, por ejemplo:



Si disponemos de un cuadradito, ¿cuántas figuras de C podemos construir a partir de ella? Dibújalas.

b) De las siguientes figuras, ¿cuáles son de C y cuáles no?



c) Describe todas las figuras de C compuestas por 4 cuadraditos.

d) ¿Cuántas hay con 5 cuadraditos? ¿Y con 6?

e) Busca una regla que te permita calcular el nº de figuras de C compuesta de un número cualquiera de cuadraditos.

PROBLEMA 3

Hay números decimales ilimitados que no son periódicos. Por ejemplo: $0,10100100010000100000\dots$, donde el primer uno va seguido de un cero, el segundo de dos, al tercer uno le siguen tres ceros y así sucesivamente. Hemos escrito los cinco primeros unos que contiene este número.

- ¿Sabrías decirnos el lugar que ocupará, en este número decimal, el centésimo uno que escribamos?
- Si nos fijamos, la 6ª cifra decimal de este número es un uno, la novena es un 0. ¿Sabrías decirnos que cifra decimal figura en el lugar 500.001?

PROBLEMA 4

Por un punto P de la diagonal AC de un rectángulo ABCD se trazan dos líneas paralelas a los lados de la figura. Se obtiene dos rectángulos de áreas S y S'.

- Si las dimensiones del rectángulo de partida son 12 cm de base y 8 cm de altura y la distancia del punto P al lado menor es 1 cm. ¿Cuánto valen las áreas S y S'?
- Si cambiamos el punto P a otra distancia del lado menor, ¿también ocurrirá lo mismo? Demuéstralo.
- Busca la expresión de la función que te da el área de los rectángulos en función de la distancia del punto P al lado menor.
- ¿Dónde deberá estar situado el punto P para que las áreas de los dos rectángulos sea máxima?

